MATEMATİK

10. SINIF | **YAZILIYA HAZIRLIK** | **TYMM 2026-2027**

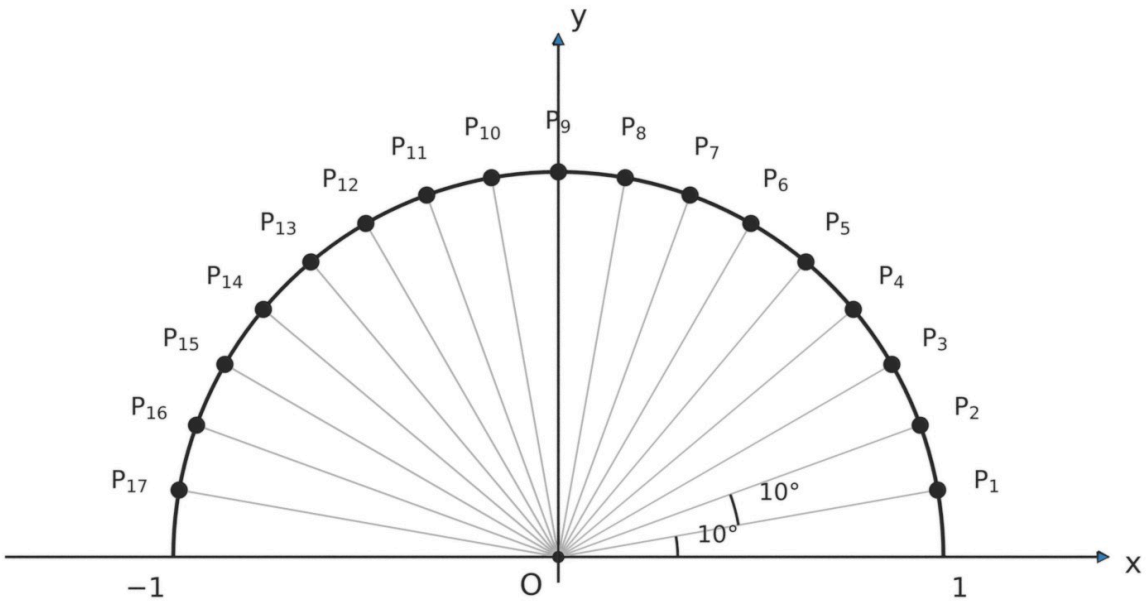
1. DÖNEM - 1. ORTAK YAZILI · SENARYO 5

Hazırlayan: **Murat Altun**

Bu sorular Claude tarafından hazırlanmıştır.

1. Uluğ Bey ve Semerkant'taki gök bilimciler, gök cisimlerinin konumlarını hesaplarken trigonometrik değer tablolarından yararlanmıştır. Bu tür tablolar hazırlanırken birbiriyle ilişkili açıların trigonometrik değerleri arasındaki bağıntıları bilmek, yapılacak hesapların sayısını önemli ölçüde azaltır. (Bu metin soru için hazırlanmıştır.)

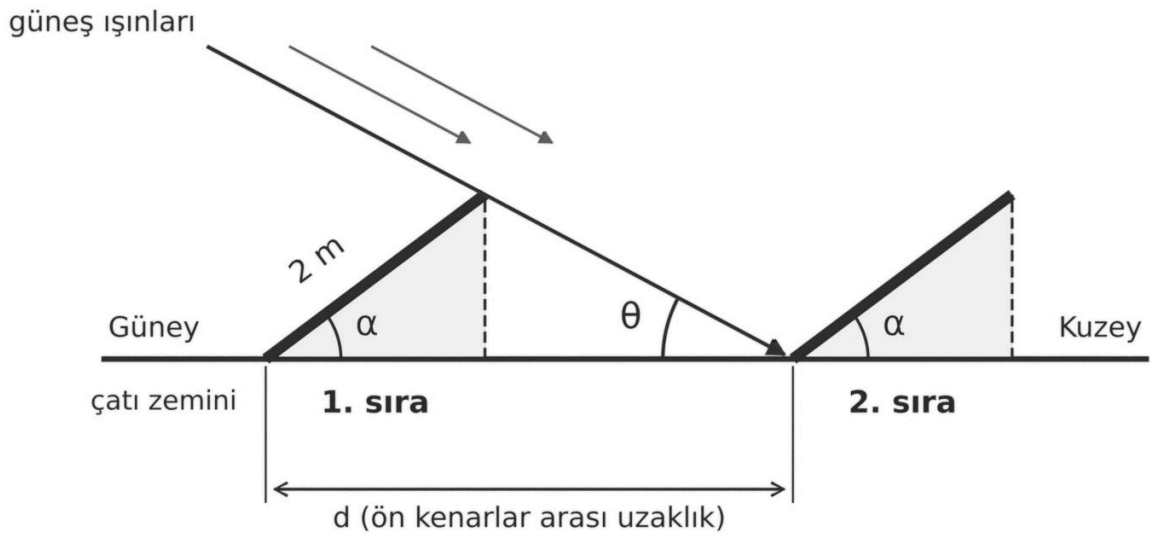
Bir bilim şenliği için hazırlanan yarım çember biçimli ışık panosu, aşağıdaki gibi dik koordinat düzleminde merkezi orijinde olan birim çemberin üst yarısı üzerinde modellenmiştir. Panodaki P_1, P_2, P_3, …, P_{17} lambaları; [OP_1 ışını x ekseninin pozitif yönüyle 10° lik açı yapacak ve ardışık iki lambayı O noktasına birleştiren ışınlar arasındaki açıların her biri 10° olacak biçimde yerleştirilmiştir.



- X: Lambaların apsisleri toplamı
- Y: Lambaların ordinatlarının kareleri toplamı
- Z: Lambaların apsislerinin kareleri toplamı

olmak üzere X değerini ve Y / Z oranını trigonometrik özdeşliklerden yararlanarak bulunuz. (15 puan)

2. Bir okulun düz çatısına, güneye bakan sıralar hâlinde güneş panelleri yerleştirilecektir. Yan görünüşü aşağıda verilen her panelin eğik kenar uzunluğu 2 m'dir ve her panel çatı zemini ile α ölçülü açı yapacak biçimde konumlandırılmıştır. Panellerin verimli çalışabilmesi için öndeki sıranın gölgesinin arkadaki sıranın üzerine düşmemesi gerekir. Bu nedenle hesaplamalar, güneşin gökyüzünde en alçakta seyrettiği kış gününe göre yapılmaktadır. Bu günün öğle saatlerinde güneş ışınlarının yatayla yaptığı açı θ'dır. (Bu metin soru için hazırlanmıştır.)



Şekilde öndeki panelin üst kenarından geçen güneş ışını, arkadaki panelin alt kenarına ulaşmaktadır. α ve θ dar açılar olmak üzere $\tan\alpha = 3/4$ ve $\sin\theta = 8/17$'dir.

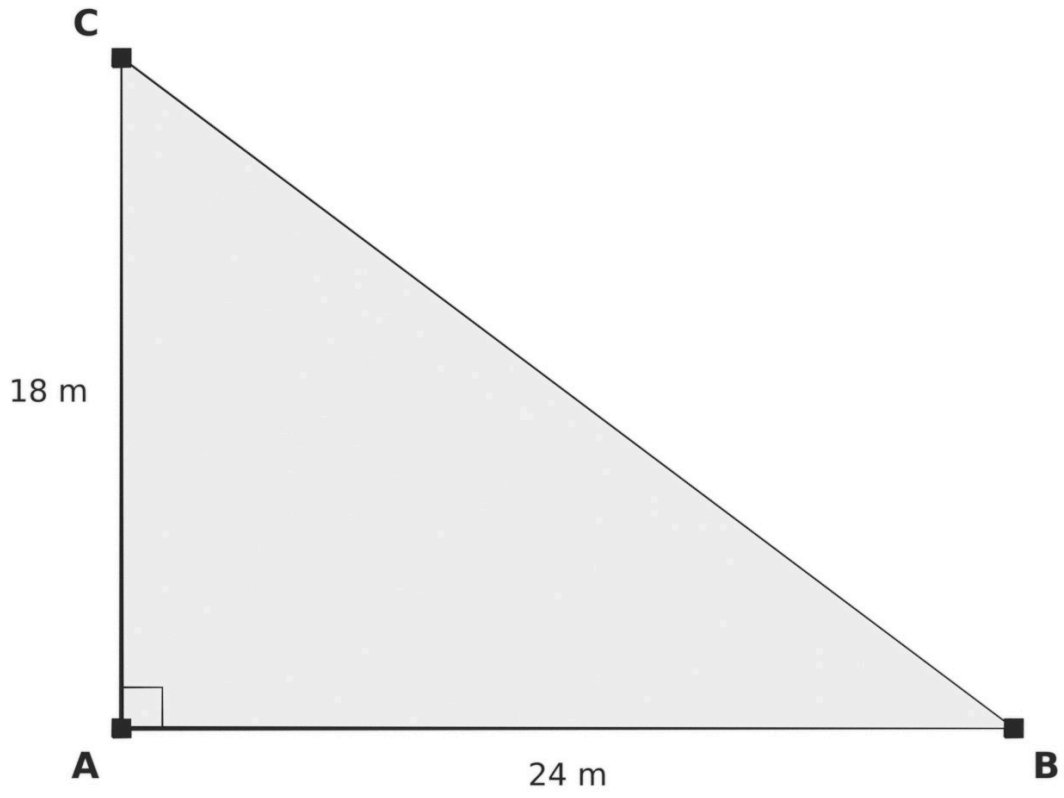
Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

2.1. Trigonometrik özdeşliklerden yararlanarak $\sin\alpha$ ve $\cos\alpha$ değerlerini bulunuz. Panelin üst kenarının çatı zemininden yüksekliğini ve panelin çatı zemininde kapladığı yatay uzunluğu hesaplayınız. (6 puan)

2.2. $\cot\theta$ değerini trigonometrik özdeşliklerden yararlanarak bulunuz. Öndeki panelin gölgesinin arkadaki panelin üzerine düşmemesi için ardışık iki sıranın ön kenarları arasındaki d uzaklığının en az kaç metre olması gerektiğini hesaplayınız. (8 puan)

2.3. Çatının panel yerleştirilecek bölümünün güney-kuzey doğrultusundaki uzunluğu 20 m'dir. Ardışık sıraların ön kenarları arasındaki uzaklık 2.2'de bulduğunuz en küçük değerde tutulursa bu bölüme en fazla kaç sıra panel yerleştirilebileceğini bulunuz. Yaz aylarında öğle saatlerinde güneş ışınlarının yatayla yaptığı açı daha büyüktür. Hesaplamaların neden güneşin en alçakta seyrettiği güne göre yapıldığını, θ açısı büyüdükçe $\cot\theta$ değerinin nasıl değiştiğini kullanarak yorumlayınız. (6 puan)

3. Bir belediye, dik üçgen biçimindeki bir parkı yeniden düzenlemektedir. Parkın köşelerinde A, B ve C giriş kapıları bulunmakta; parkın kenarları boyunca [AB], [BC] ve [AC] yürüyüş yolları uzanmaktadır. m(BAC) = 90°, |AB| = 24 m ve |AC| = 18 m'dir.



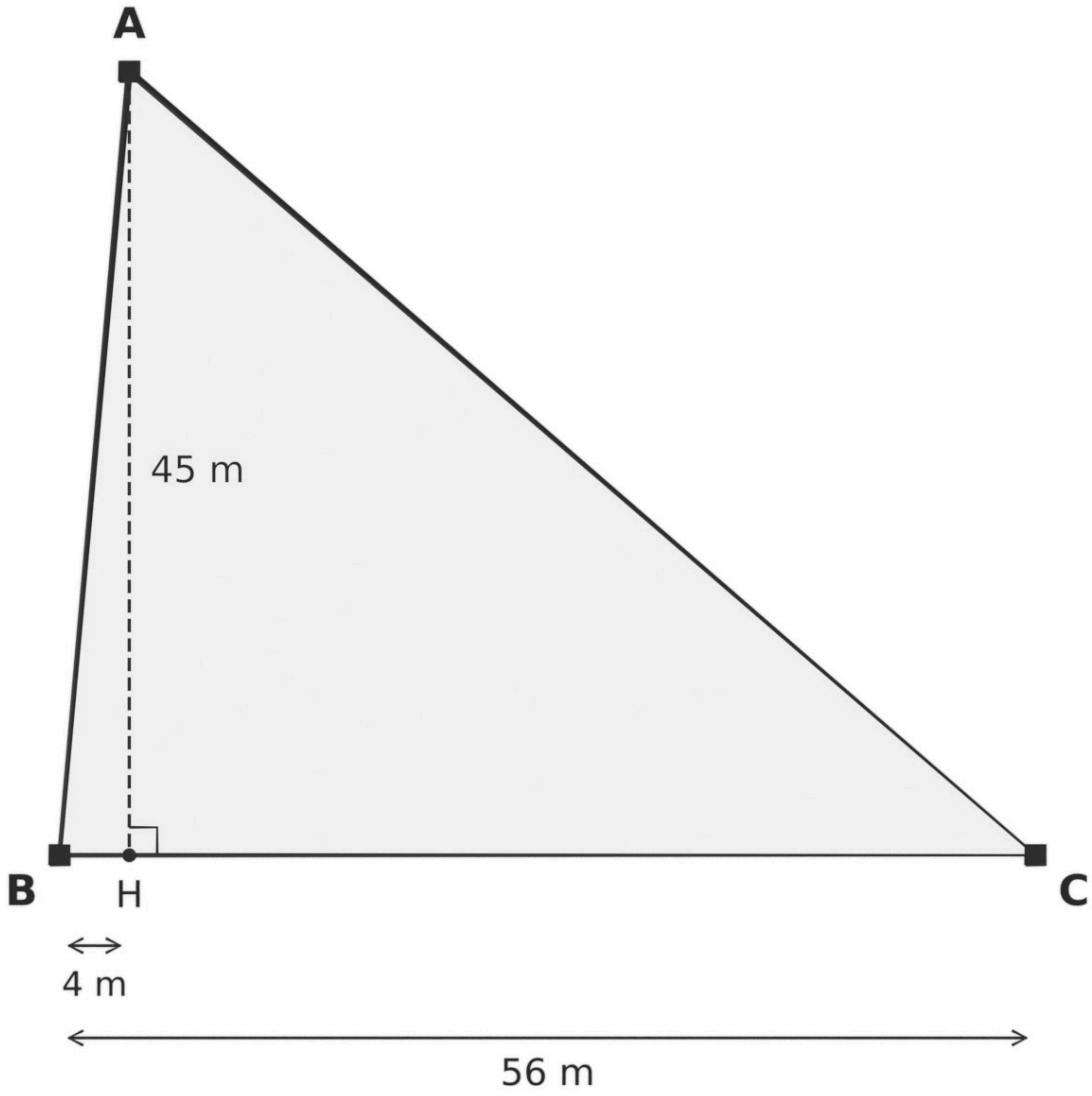
Belediye;

- üç giriş kapısına eşit uzaklıkta olacak şekilde bir aydınlatma kulesini K noktasına,
- üç yürüyüş yoluna eşit uzaklıkta olacak şekilde bir süs havuzunun merkezini S noktasına

yerleştirmeyi planlamaktadır. Kule ile havuzun merkezi arasına doğrusal bir elektrik kablosu döşenecektir.

Buna göre K ve S noktalarının üçgenin hangi yardımcı elemanlarının kesişim noktası olduğunu gerekçesiyle belirtiniz ve döşenecek kablonun uzunluğunun kaç metre olduğunu işlemlerinizle birlikte yazınız. (15 puan)

4. Bir okulun çevre kulübü, okul bahçesindeki ABC üçgeni biçimindeki yeşil alanı 9, 10 ve 11. sınıfların bakımını üstleneceği bölümlere ayırmayı planlamaktadır. Yeşil alanın A, B ve C köşelerinde birer giriş kapısı bulunmaktadır. A köşesinden [BC] kenarına çizilen dikmenin ayağı H noktası olmak üzere |AH| = 45 m, |BH| = 4 m ve |BC| = 56 m'dir. (Bu metin soru için hazırlanmıştır.)



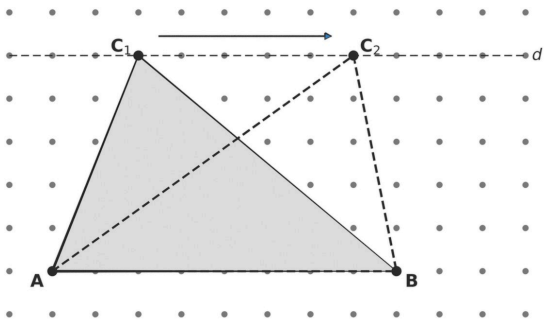
Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

4.1. Kulüp önce yeşil alanı A kapısından [BC] kenarına uzanan doğrusal bir yolla alanları eşit iki bölüme ayırmayı düşünmüştür. Bu yolun [BC] kenarını hangi noktada kesmesi gerektiğini ve yolun üçgenin hangi yardımcı elemanı olduğunu gerekçesiyle belirtiniz. Bu yolun uzunluğunu hesaplayınız. (5 puan)

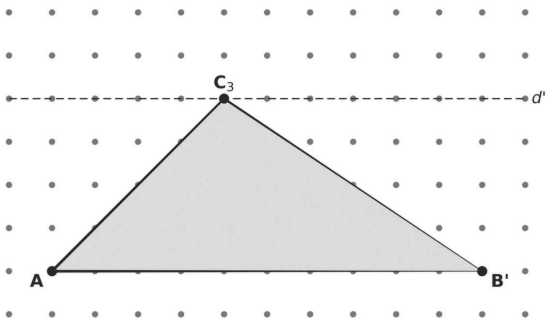
4.2. Kulüp daha sonra yeşil alanı, kenarortayların kesim noktası olan G noktasından A, B ve C kapılarına uzanan üç doğrusal yolla GBC, GCA ve GAB üçgensel bölgelerine ayırmaya karar vermiştir. Ağırlık merkezinin kenarortayı hangi oranda böldüğünü kullanarak G noktasının [BC] kenarına uzaklığını bulunuz. Üç bölgenin alanlarının eşit olduğunu gösteriniz. (7 puan)

4.3. G noktasına bir su deposu yerleştirilecek ve depodan A, B ve C kapılarına 4.2'deki yollar boyunca su boruları döşenecektir. Döşenecek boruların toplam uzunluğunun kaç metre olduğunu işlemlerinizle birlikte yazınız. (8 puan)

5. Geometri tahtası, eşit aralıklarla dizilmiş çivilerden oluşan ve çivilere lastik geçirilerek çokgenler oluşturulan bir öğretim materyalidir. Aşağıdaki geometri tahtasında yatay ve dikey doğrultudaki ardışık iki çivi arasındaki uzaklık 1 birimdir.



Şekil 1



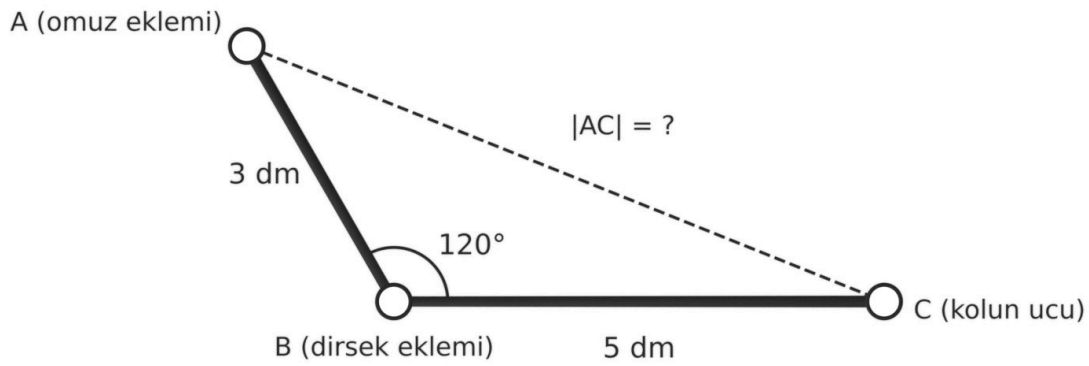
Şekil 2

Zeynep, Şekil 1'deki gibi lastiğin A ve B köşelerini sabit tutmuş; C köşesini [AB] kenarına paralel olan d doğrusu üzerindeki C_1 çivisinden C_2 çivisine taşımıştır. Şekil 1'de |AB| = 8 birimdir ve d doğrusu [AB] kenarından 5 birim uzaklıktadır.

Ardından Şekil 2'deki gibi lastiğin A köşesini sabit tutarak B köşesini aynı doğrultuda 2 birim sağa (B' çivisine), üçüncü köşeyi ise d doğrusunun 1 birim altındaki d' doğrusu üzerinde bulunan C_3 çivisine taşımıştır.

Buna göre C köşesinin d doğrusu üzerinde taşınmasının ve Şekil 2'deki düzenlemenin lastiğin oluşturduğu üçgenin alanını nasıl etkilediğini açıklayınız. Şekil 2'deki $AB'C_3$ üçgeninin alanının Şekil 1'deki ABC_1 üçgeninin alanına oranını bulunuz. (15 puan)

6. Bir robotik kodlama atölyesinde tasarlanan robot kolu; omuz eklemi A, dirsek eklemi B ve kolun ucu C olmak üzere iki doğrusal parçadan oluşmaktadır. |AB| = 3 dm ve |BC| = 5 dm olan kol, dirsek ekleminde m(ABC) = 120° olacak şekilde bükülmüştür.



Buna göre kolun ucu C ile omuz eklemi A arasındaki uzaklığın kaç desimetre olduğunu kosinüs teoremini kullanarak bulunuz. Bulduğunuz sonucu, A noktasından CB doğrusuna dikme çizerek Pisagor teoremi yardımıyla doğrulayınız. (15 puan)

ÖĞRENME ÇIKTILARI VE BECERİLER

SORU NO	ÖĞRENME ÇIKTISI	BECERİLER
1	MAT.10.1.1. Dik üçgende trigonometrik oranlara (sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant) ve trigonometrik özdeşliklere ilişkin çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme; MAB2. Matematiksel Problem Çözme (MAB2.1. Matematiksel Çözümler Geliştirme)
2	MAT.10.1.1. Dik üçgende trigonometrik oranlara (sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant) ve trigonometrik özdeşliklere ilişkin çıkarım yapabilme	MAB2. Matematiksel Problem Çözme (MAB2.1. Matematiksel Çözümler Geliştirme); MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.10. Çıkarım Yapma)
3	MAT.10.1.2. Üçgenin yardımcı elemanlarının özellikleri ile ilgili çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.4. Çözümleme)
4	MAT.10.1.2. Üçgenin yardımcı elemanlarının özellikleri ile ilgili çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.10. Çıkarım Yapma); MAB2. Matematiksel Problem Çözme
5	MAT.10.1.3. Üçgenin bir kenarı ve o kenara ait yüksekliğinin değişimine bağlı olarak alanının değişimine ilişkin çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.14. Yorumlama)
6	MAT.10.1.4. Sinüs ve kosinüs teoremlerini doğrulayabilme veya ispatlayabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (MAB1.1. Matematiksel Doğrulama veya İspat Yapma); MAB2. Matematiksel Problem Çözme

PUANLAMA TABLOSU						
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**TOPLAM**
15	*20*	*15*	*20*	*15*	*15*	***100***

Bu sınav, 2026-2027 eğitim öğretim yılı 1. dönem konu-soru dağılım tablosundaki 1. ortak yazılı **Senaryo 5** dağılımına göre, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli 10. sınıf öğretim programı esas alınarak hazırlanmıştır. Hazırlayan: Murat Altun. Bu sorular Claude tarafından hazırlanmıştır. Millî Eğitim Bakanlığının resmî yayını değildir; görseller Blender ile oluşturulmuştur.

ÇÖZÜMLER

1. Doğru cevap:

- Birim çember üzerindeki k. lambanın (k = 1, 2, …, 17) koordinatlarının (cos(10k°), sin(10k°)) olduğunu belirtme **(2 puan)**
- Birbirini 180° ye tamamlayan açılar için birim çemberdeki simetriden cos(180° − x) = −cosx ve sin(180° − x) = sinx olduğunu belirtme (P_1 ile P_{17}, P_2 ile P_{16}, …, P_8 ile P_{10} lambaları y eksenine göre simetriktir.) **(2 puan)**
- X = (cos10° + cos170°) + (cos20° + cos160°) + … + (cos80° + cos100°) + cos90° = 0 + 0 + … + 0 + 0 = 0 bulma **(3 puan)**
- Y = 2 · (sin²10° + sin²20° + … + sin²80°) + sin²90° yazma; birbirini 90° ye tamamlayan açılarda sin80° = cos10°, sin70° = cos20°, sin60° = cos30°, sin50° = cos40° olduğundan sin²10° + sin²80° = sin²10° + cos²10° = 1 gibi dört çift oluşturarak Y = 2 · 4 + 1 = 9 bulma **(4 puan)**
- Her lamba için sin²x + cos²x = 1 olduğundan Y + Z = 17 ve Z = 17 − 9 = 8 bulma (ya da Z değerini benzer eşlemelerle doğrudan hesaplama) **(3 puan)**
- Y / Z = 9/8 sonucunu yazma **(1 puan)**

Örnek doğru cevap: Birim çemberde bir açının bitim kolunun çemberi kestiği noktanın apsisi o açının kosinüsü, ordinatı sinüsüdür. Bu nedenle k. lambanın koordinatları (cos(10k°), sin(10k°)) olur. P_1 ile P_{17}, P_2 ile P_{16}, … lambaları y eksenine göre simetrik olduğundan cos170° = −cos10°, cos160° = −cos20°, … ve sin170° = sin10°, sin160° = sin20°, … olur. X = (cos10° + cos170°) + (cos20° + cos160°) + … + (cos80° + cos100°) + cos90° = 0 bulunur. Y = sin²10° + … + sin²170° = 2 · (sin²10° + sin²20° + … + sin²80°) + sin²90° olur. sin80° = cos10°, sin70° = cos20°, sin60° = cos30°, sin50° = cos40° olduğundan (sin²10° + cos²10°) + (sin²20° + cos²20°) + (sin²30° + cos²30°) + (sin²40° + cos²40°) = 4 ve Y = 2 · 4 + 1 = 9 olur. Her lamba için sin² + cos² = 1 olduğundan 17 lamba için Y + Z = 17, Z = 8 bulunur. Buradan X = 0 ve Y / Z = 9/8 olur.

Yanlış cevap: cos170° = cos10° gibi işaret hatası yaparak X değerini 0 dışında bulan, sin90° terimini unutarak Y = 8 bulan, Y ile Z değerlerini eşit kabul ederek Y / Z = 1 yazan veya değerleri yalnızca hesap makinesiyle bulup hiçbir özdeşliğe dayandırmayan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

2. Doğru cevap:

2.1. **(6 puan)**

- 1 + tan²α = 1 / cos²α özdeşliğinden cos²α = 1 ÷ (1 + 9/16) = 16/25 yazma ya da dik kenarları 3k ve 4k olan bir dik üçgen çizip Pisagor teoremiyle hipotenüs uzunluğunu 5k bulma **(2 puan)**
- α dar açı olduğundan cosα = 4/5 = 0,8 ve sinα = tanα · cosα = 3/5 = 0,6 bulma **(2 puan)**
- Panelin üst kenarının yüksekliğini 2 · sinα = 2 · 0,6 = 1,2 m bulma **(1 puan)**
- Panelin zeminde kapladığı yatay uzunluğu 2 · cosα = 2 · 0,8 = 1,6 m bulma **(1 puan)**

2.2. **(8 puan)**

- sin²θ + cos²θ = 1 özdeşliğinden cos²θ = 1 − 64/289 = 225/289 yazma ve θ dar açı olduğundan cosθ = 15/17 bulma **(2 puan)**
- cotθ = cosθ / sinθ = (15/17) ÷ (8/17) = 15/8 = 1,875 bulma **(2 puan)**. (cotθ değerini 1 + cot²θ = 1 / sin²θ özdeşliğinden bulan öğrenci de tam puan alır.)

- Öndeki panelin üst kenarı, bu kenarın zemindeki dik izdüşümü ve ışının zemine ulaştığı nokta arasında oluşan dik üçgende θ açısının karşısındaki dik kenarın 1,2 m olduğunu belirterek gölgenin panelin arka kenarından itibaren uzunluğunu 1,2 · cotθ = 1,2 · 1,875 = 2,25 m bulma **(2 puan)**
- d = 1,6 + 2,25 = 3,85 m bulma **(2 puan)**

2.3. **(6 puan)**

- n sıra için gereken uzunluğu (n − 1) · 3,85 + 1,6 biçiminde ifade ederek (n − 1) · 3,85 + 1,6 ≤ 20 eşitsizliğini kurma **(2 puan)**
- n − 1 ≤ 18,4 ÷ 3,85 ≈ 4,78 olduğundan en fazla 5 sıra panel yerleştirilebileceğini bulma; 5 sıra için 17 m, 6 sıra için 20,85 m gerektiğini belirtme **(2 puan)**
- θ dar açısı büyüdükçe sinθ değerinin arttığını, cosθ değerinin azaldığını, bu nedenle cotθ = cosθ / sinθ değerinin azaldığını ve aynı yükseklikteki panelin gölgesinin kısaldığını belirtme; gölgeler en uzun, güneşin en alçakta seyrettiği gün oluştuğundan bu güne göre yapılan yerleşimde panellerin yıl boyunca birbirini gölgelemeyeceğini yorumlama **(2 puan)**

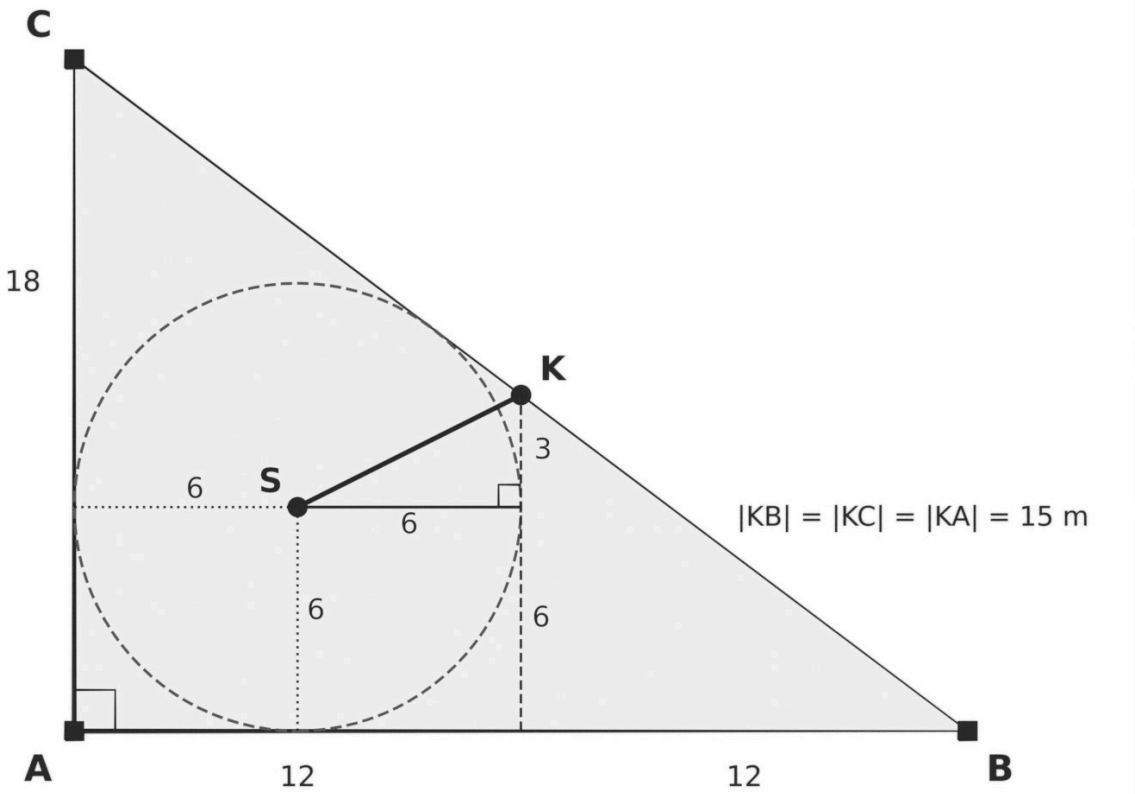
Örnek doğru cevap: 2.1. 1 + tan²α = 1 / cos²α olduğundan 1 + 9/16 = 25/16 = 1 / cos²α ve cos²α = 16/25 olur. α dar açı olduğundan cosα = 4/5 = 0,8'dir. sinα = tanα · cosα = (3/4) · (4/5) = 3/5 = 0,6 bulunur. Gerçekten de sin²α + cos²α = 0,36 + 0,64 = 1'dir. Panelin üst kenarının yüksekliği 2 · 0,6 = 1,2 m, panelin zeminde kapladığı yatay uzunluk 2 · 0,8 = 1,6 m'dir. 2.2. sin²θ + cos²θ = 1 olduğundan cos²θ = 1 − 64/289 = 225/289 ve θ dar açı olduğundan cosθ = 15/17 bulunur. cotθ = cosθ / sinθ = 15/8 = 1,875 olur. Öndeki panelin üst kenarından geçen ışın, üst kenarın zemindeki dik izdüşümü ve ışının zemine ulaştığı nokta bir dik üçgen oluşturur. Bu üçgende θ açısının karşısındaki dik kenar 1,2 m olduğundan komşu dik kenar 1,2 · cotθ = 1,2 · 1,875 = 2,25 m'dir. Gölge, panelin arka kenarından itibaren 2,25 m uzanır. Bu nedenle ön kenarlar arasındaki uzaklık en az d = 1,6 + 2,25 = 3,85 m olmalıdır. 2.3. Birinci sıranın ön kenarından son sıranın arka kenarına kadar n sıra için (n − 1) · 3,85 + 1,6 metre uzunluk gerekir. (n − 1) · 3,85 + 1,6 ≤ 20 ise n − 1 ≤ 4,78 olur. 5 sıra için 4 · 3,85 + 1,6 = 17 m yeterlidir, 6 sıra için 5 · 3,85 + 1,6 = 20,85 m gerekir. Bu bölüme en fazla 5 sıra panel yerleştirilebilir. θ dar açısı büyüdükçe sinθ artar, cosθ azalır; bu nedenle cotθ = cosθ / sinθ azalır ve aynı yükseklikteki panelin gölgesi kısalır. Sıralar yazın oluşan kısa gölgelere göre yerleştirilseydi kış günlerinde öndeki paneller arkadakileri gölgelerdi. Gölgeler en uzun, güneşin en alçakta seyrettiği gün oluştuğu için hesaplamalar bu güne göre yapılmıştır.

Yanlış cevap: sinα ve cosα değerlerini yer değiştirerek (sinα = 0,8, cosα = 0,6) kullanan; cotθ yerine tanθ = 8/15 kullanarak gölge uzunluğunu 0,64 m bulan; d uzaklığını yalnızca gölge uzunluğu (2,25 m) olarak alan; n − 1 ≤ 4,78 sonucunu sıra sayısı sanarak 4 sıra bulan veya "Güneş yükseldikçe gölge uzar." biçiminde yorum yapan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz. Değerleri yalnızca hesap makinesiyle açı ölçüsü bularak hesaplayıp hiçbir özdeşliğe dayandırmayan cevaplar 2.1 ve 2.2'nin özdeşlik ölçütlerinden puan alamaz.

3. Doğru cevap:

- K noktasının üç köşeye eşit uzaklıkta olduğu için kenar orta dikmelerin kesim noktası (çevrel çemberin merkezi) olduğunu belirtme; dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu hipotenüs uzunluğunun yarısına eşit olduğundan K noktasının [BC] hipotenüsünün orta noktası olduğu sonucuna ulaşma **(3 puan)**
- |BC|² = 24² + 18² = 900, |BC| = 30 m ve |KA| = |KB| = |KC| = 15 m bulma; K noktasının [AB] kenarına uzaklığının 18 ÷ 2 = 9 m, [AC] kenarına uzaklığının 24 ÷ 2 = 12 m olduğunu belirleme **(2 puan)**

- S noktasının üç kenara eşit uzaklıkta olduğu için iç açıortayların kesim noktası (iç teğet çemberin merkezi) olduğunu belirtme **(2 puan)**
- S noktasının kenarlara uzaklığını r alarak A(ABC) = A(SAB) + A(SBC) + A(SAC) eşitliğinden ½ · 24 · 18 = ½ · r · (24 + 30 + 18), 216 = 36r ve r = 6 m bulma **(3 puan)**. (r değerini teğet parçalarının eşitliğinden r = (24 + 18 − 30) ÷ 2 = 6 m olarak bulan öğrenci de tam puan alır.)
- S noktasının [AB] ve [AC] kenarlarına uzaklığının 6 m olduğunu kullanarak S ile K arasındaki yatay farkı 12 − 6 = 6 m ve dikey farkı 9 − 6 = 3 m olarak belirleme **(2 puan)**
- Oluşan dik üçgende Pisagor teoremiyle |SK|² = 6² + 3² = 45 ve |SK| = 3√5 m (yaklaşık 6,7 m) bulma **(3 puan)**



Örnek doğru cevap: Kule üç kapıya, yani üçgenin üç köşesine eşit uzaklıkta olacağından K noktası kenar orta dikmelerin kesim noktası, yani çevrel çemberin merkezidir. Dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu hipotenüsün yarısı olduğundan [BC] kenarının orta noktası A, B ve C köşelerine eşit uzaklıktadır; K, [BC] kenarının orta noktasıdır. |BC|² = 24² + 18² = 900 olduğundan |BC| = 30 m ve |KA| = |KB| = |KC| = 15 m'dir. K orta nokta olduğundan [AB] kenarına uzaklığı 9 m, [AC] kenarına uzaklığı 12 m'dir. Havuz üç yürüyüş yoluna, yani üçgenin üç kenarına eşit uzaklıkta olacağından S noktası iç açıortayların kesim noktası, yani iç teğet çemberin merkezidir. S noktasının kenarlara uzaklığı r olsun. A(ABC) = ½ · 24 · 18 = 216 m² ve A(ABC) = ½ · r · 24 + ½ · r · 30 + ½ · r · 18 = 36r olduğundan r = 6 m'dir. S noktası [AB] ve [AC] kenarlarına 6 m uzaklıktadır. S ile K arasında [AB] kenarına paralel doğrultuda 12 − 6 = 6 m, [AC] kenarına paralel doğrultuda 9 − 6 = 3 m fark vardır. |SK|² = 6² + 3² = 45 olduğundan kablonun uzunluğu |SK| = 3√5 m ≈ 6,7 m'dir.

Yanlış cevap: K noktasını ağırlık merkezi veya yüksekliklerin kesim noktası olarak, S noktasını kenar orta dikmelerin kesim noktası olarak belirleyen; iç teğet çemberin yarıçapını 6 m'den farklı bulan veya kablonun uzunluğunu 3√5 m'den farklı bulan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

4. Doğru cevap:

4.1. **(5 puan)**

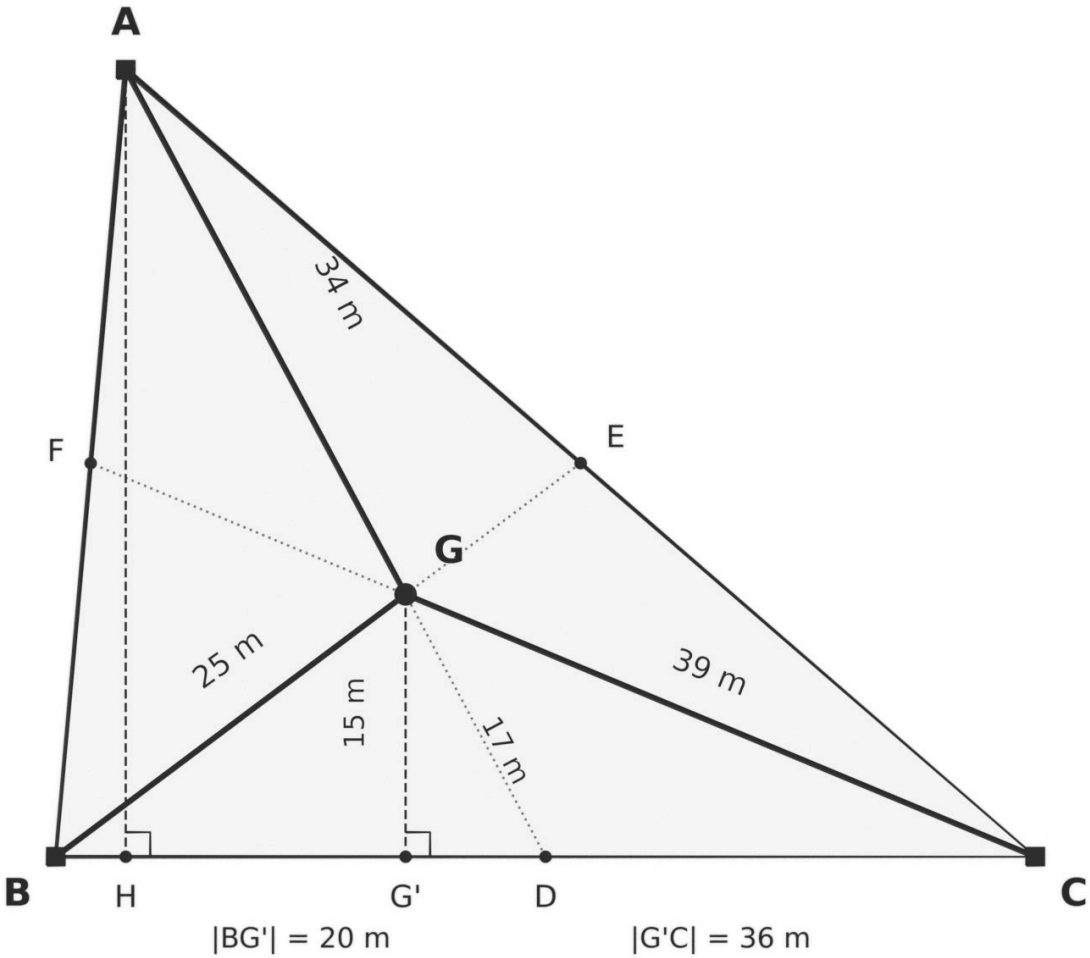
- Yolun [BC] kenarını kestiği nokta D olmak üzere ABD ve ADC üçgenlerinin [BD] ve [DC] tabanlarına ait yüksekliklerinin ortak (|AH| = 45 m) olduğunu, bu nedenle alanların eşit olması için tabanların eşit olması gerektiğini belirterek D noktasının [BC] kenarının orta noktası olduğunu (|BD| = |DC| = 28 m) bulma **(2 puan)**
- Yolun A köşesine ait [AD] kenarortayı olduğunu belirtme **(1 puan)**
- |HD| = 28 − 4 = 24 m bulup AHD dik üçgeninde $|AD|^2 = 45^2 + 24^2 = 2601$ ve |AD| = 51 m bulma **(2 puan)**

4.2. **(7 puan)**

- Ağırlık merkezinin kenarortayı köşeden itibaren 2 : 1 oranında böldüğünü kullanarak |AG| = 34 m ve |GD| = 17 m bulma **(2 puan)**
- G noktasından [BC] kenarına [GG'] dikmesini çizerek DG'G ve DHA üçgenlerinin benzerliğinden (ya da temel orantı teoreminden) |GG'| / |AH| = |GD| / |AD| = 1/3 yazma ve |GG'| = 15 m bulma **(2 puan)**
- $A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot 56 \cdot 45 = 1260$ m² ve $A(GBC) = \frac{1}{2} \cdot 56 \cdot 15 = 420$ m² bulup A(GBC) = A(ABC) / 3 olduğunu belirtme **(1 puan)**
- D orta nokta olduğundan A(ABD) = A(ADC) = 630 m² ve A(GBD) = A(GDC) = 210 m² olduğunu belirterek A(GAB) = 630 − 210 = 420 m², A(GCA) = 630 − 210 = 420 m² bulma ve üç bölgenin alanlarının eşit olduğu sonucuna ulaşma **(2 puan)**. (G noktasının diğer kenarortayları da 2 : 1 oranında böldüğünü kullanarak G'nin [CA] ve [AB] kenarlarına uzaklığının ilgili yüksekliklerin üçte biri olduğunu gösteren öğrenci de tam puan alır.)

4.3. **(8 puan)**

- |GA| = 34 m olduğunu belirtme **(1 puan)**
- G' noktasının konumunu belirleme: AHD üçgeninde [GG'] // [AH] olduğundan |HG'| / |HD| = |AG| / |AD| = 2/3, |HG'| = 16 m, |BG'| = 4 + 16 = 20 m ve |G'C| = 56 − 20 = 36 m bulma **(3 puan)**
- BG'G dik üçgeninde $|GB|^2 = 20^2 + 15^2 = 625$ ve |GB| = 25 m bulma **(2 puan)**
- CG'G dik üçgeninde $|GC|^2 = 36^2 + 15^2 = 1521$ ve |GC| = 39 m bulma **(1 puan)**
- Boruların toplam uzunluğunu 34 + 25 + 39 = 98 m bulma **(1 puan)**



Örnek doğru cevap: 4.1. Yol [BC] kenarını D noktasında kessin. ABD ve ADC üçgenlerinin [BC] üzerindeki tabanlarına ait yükseklikleri aynıdır ve |AH| = 45 m'dir. Bu üçgenlerin alanlarının eşit olması için tabanları eşit olmalıdır: |BD| = |DC| = 56 ÷ 2 = 28 m. Yani yol, [BC] kenarının orta noktasından geçen [AD] kenarortayıdır. |HD| = 28 − 4 = 24 m olduğundan AHD dik üçgeninde $|AD|^2 = 45^2 + 24^2 = 2025 + 576 = 2601$ ve |AD| = 51 m'dir. 4.2. Kenarortayların kesim noktası G ağırlık merkezidir ve her kenarortayı köşeden itibaren 2 : 1 oranında böler. Buna göre |AG| = 34 m, |GD| = 17 m'dir. G noktasından [BC] kenarına [GG'] dikmesi çizilirse [GG'] // [AH] olur ve DG'G ile DHA üçgenleri benzerdir. |GG'| / |AH| = |GD| / |AD| = 17/51 = 1/3 olduğundan |GG'| = 45 ÷ 3 = 15 m'dir. A(ABC) = ½ · 56 · 45 = 1260 m² ve A(GBC) = ½ · 56 · 15 = 420 m²'dir; bu değer 1260 m²'nin üçte biridir. D orta nokta olduğundan ABD ve ADC üçgenlerinin alanları 630 m², GBD ve GDC üçgenlerinin alanları da 210 m²'dir (ortak yükseklik |GG'|, eşit tabanlar). Buradan A(GAB) = 630 − 210 = 420 m² ve A(GCA) = 630 − 210 = 420 m² olur. Üç bölgenin her birinin alanı 420 m²'dir. 4.3. |GA| = |AG| = 34 m'dir. [GG'] // [AH] olduğundan |HG'| / |HD| = |AG| / |AD| = 2/3 ve |HG'| = 16 m'dir. Buna göre |BG'| = 4 + 16 = 20 m, |G'C| = 56 − 20 = 36 m'dir. BG'G dik üçgeninde $|GB|^2 = 20^2 + 15^2 = 625$ ve |GB| = 25 m; CG'G dik üçgeninde $|GC|^2 = 36^2 + 15^2 = 1521$ ve |GC| = 39 m'dir. Döşenecek boruların toplam uzunluğu 34 + 25 + 39 = 98 m'dir.

Yanlış cevap: 4.1'de yolun [BC] kenarına dik olan [AH] yüksekliği olması gerektiğini söyleyen (yükseklik ile kenarortayı karıştıran) veya |AD| uzunluğunu 51 m'den farklı bulan; 4.2'de G noktasını kenarortayın orta noktası kabul eden, G'nin [BC] kenarına uzaklığını 45 ÷ 2 = 22,5 m bulan ya da G'yi açıortayların veya kenar orta dikmelerin kesim noktası olarak düşünen; 4.3'te G' noktasını [BC] kenarının orta noktası kabul ederek |GB| ve |GC| uzunluklarını hesaplayan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

5. Doğru cevap:

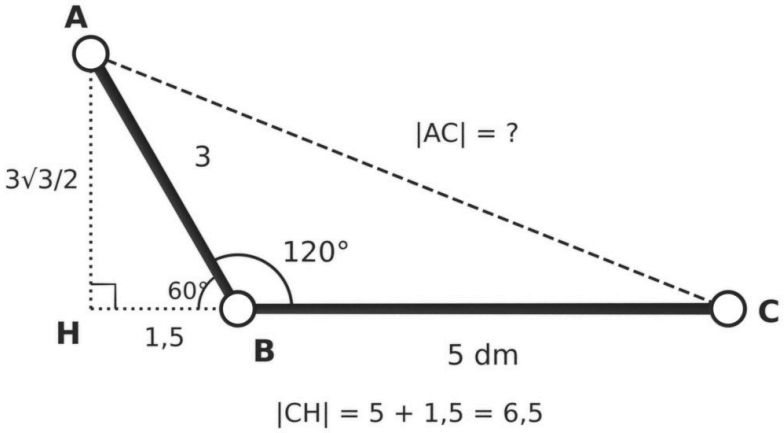
- ABC_1 ve ABC_2 üçgenlerinin [AB] tabanının ortak olduğunu, C_1 ve C_2 noktaları [AB] kenarına paralel d doğrusu üzerinde bulunduğundan [AB] kenarına ait yüksekliklerin eşit (5 birim) olduğunu belirtme **(3 puan)**
- $A(ABC_1) = A(ABC_2) = ½ \cdot 8 \cdot 5 = 20$ birimkare bulma ve C köşesi d doğrusu üzerinde nereye taşınırsa taşınsın alanın değişmeyeceği sonucuna ulaşma **(3 puan)**
- Şekil 2'de taban uzunluğunun 8 + 2 = 10 birim, yüksekliğin 5 − 1 = 4 birim olduğunu belirleyerek $A(AB'C_3) = ½ \cdot 10 \cdot 4 = 20$ birimkare bulma **(3 puan)**
- $A(AB'C_3) / A(ABC_1) = 20 / 20 = 1$ oranını bulma **(3 puan)**
- Taban uzunluğunun 5/4 katına çıktığını (%25 arttığını), yüksekliğin 4/5 katına indiğini (%20 azaldığını), alan taban ile o tabana ait yüksekliğin çarpımıyla orantılı olduğundan $(5/4) \cdot (4/5) = 1$ olduğunu ve üçgenin biçimi değişse de alanın değişmediğini yorumlama **(3 puan)**

Örnek doğru cevap: Şekil 1'de ABC_1 ve ABC_2 üçgenlerinin tabanı [AB] kenarıdır. C_1 ve C_2 noktaları [AB] kenarına paralel olan d doğrusu üzerinde olduğundan bu noktaların [AB] kenarına uzaklıkları, yani [AB] kenarına ait yükseklikler 5 birimdir. $A(ABC_1) = A(ABC_2) = ½ \cdot 8 \cdot 5 = 20$ birimkaredir. Taban ve o tabana ait yükseklik değişmediği için C köşesi d doğrusu üzerinde hangi çiviye taşınırsa taşınsın alan değişmez. Şekil 2'de taban $|AB'| = 10$ birim, yükseklik 4 birim olduğundan $A(AB'C_3) = ½ \cdot 10 \cdot 4 = 20$ birimkaredir. İstenen oran 20 / 20 = 1'dir. Taban 8 birimden 10 birime çıkarak 5/4 katına, yükseklik 5 birimden 4 birime inerek 4/5 katına değişmiştir. Üçgenin alanı taban ile yüksekliğin çarpımıyla orantılı olduğundan alan $(5/4) \cdot (4/5) = 1$ katına değişir, yani alan değişmez.

Yanlış cevap: C köşesi kaydırıldığında üçgenin biçimi değiştiği için alanın da değiştiğini öne süren; Şekil 2'de tabanın arttığını görüp yüksekliğin azaldığını dikkate almadan alanın arttığını söyleyen veya alan oranını 1'den farklı bulan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

6. Doğru cevap:

- ABC üçgeninde kosinüs teoremini $|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 - 2 \cdot |AB| \cdot |BC| \cdot \cos(ABC)$ biçiminde yazma **(3 puan)**
- Birim çemberden ya da bütünler açı ilişkisinden $\cos120° = -\cos60° = -1/2$ olduğunu belirtme **(3 puan)**
- $|AC|^2 = 9 + 25 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (-1/2) = 49$ ve $|AC| = 7$ dm bulma **(3 puan)**
- A noktasından CB doğrusuna [AH] dikmesini çizme; H noktasının [CB] doğru parçasının B tarafındaki uzantısında olduğunu ve $m(ABH) = 180° - 120° = 60°$ olduğunu belirleme; ABH $(30° - 60° - 90°)$ üçgeninde $|BH| = 3 \cdot \cos60° = 1{,}5$ dm ve $|AH| = 3 \cdot \sin60° = 3\sqrt{3}/2$ dm bulma **(3 puan)**
- AHC dik üçgeninde $|CH| = 5 + 1{,}5 = 6{,}5$ dm alarak $|AC|^2 = 6{,}5^2 + (3\sqrt{3}/2)^2 = 42{,}25 + 6{,}75 = 49$ ve $|AC| = 7$ dm bulma; iki yöntemin aynı sonucu verdiğini belirtme **(3 puan)**



Örnek doğru cevap: Kosinüs teoremine göre $|AC|^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos120°$ olur. Birim çemberde 120° lik açının bitim kolunun çemberi kestiği noktanın apsisi $-1/2$ olduğundan $\cos120° = -1/2$'dir. Buradan $|AC|^2 = 9 + 25 + 15 = 49$ ve $|AC| = 7$ dm bulunur. Doğrulama için A noktasından CB doğrusuna [AH] dikmesi çizilir. $m(ABC) = 120°$ olduğundan H noktası [CB] doğru parçasının B tarafındaki uzantısı üzerindedir ve $m(ABH) = 60°$'dir. ABH dik üçgeninde $|BH| = 3 \cdot \cos60° = 1{,}5$ dm, $|AH| = 3 \cdot \sin60° = 3\sqrt{3}/2$ dm olur. $|CH| = 5 + 1{,}5 = 6{,}5$ dm'dir. AHC dik üçgeninde Pisagor teoremiyle $|AC|^2 = 6{,}5^2 + (3\sqrt{3}/2)^2 = 42{,}25 + 6{,}75 = 49$ ve $|AC| = 7$ dm bulunur. İki yöntem de aynı sonucu verdiğinden bulunan uzaklık doğrulanmış olur.

Yanlış cevap: $\cos120°$ değerini 1/2 alarak $|AC| = \sqrt{19}$ dm bulan, kosinüs teoremindeki işaretleri hatalı yazan, dikme ayağını [BC] kenarı üzerinde alarak $|CH| = 5 - 1{,}5 = 3{,}5$ dm kullanan veya doğrulama adımını yapmadan yalnızca sonucu yazan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.