MATEMATİK

10. SINIF

YAZILIYA HAZIRLIK

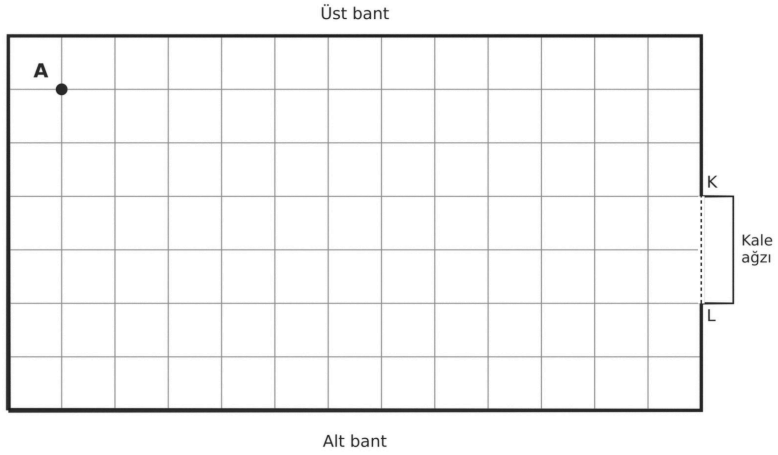
1. DÖNEM - 1. ORTAK YAZILI · SENARYO 4

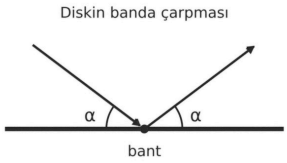
TYMM 2026-2027

Hazırlayan: **Murat Altun**

Bu sorular Claude tarafından hazırlanmıştır.

1. Bir bilgisayar oyununda hava hokeyi masası, aşağıdaki gibi eş karelere ayrılmış dikdörtgen biçimli bir zemin üzerinde modellenmiştir. Her bir karenin kenar uzunluğu 1 birimdir. Oyunda sürtünme ihmal edilmekte, disk doğrusal yollar izlemektedir.





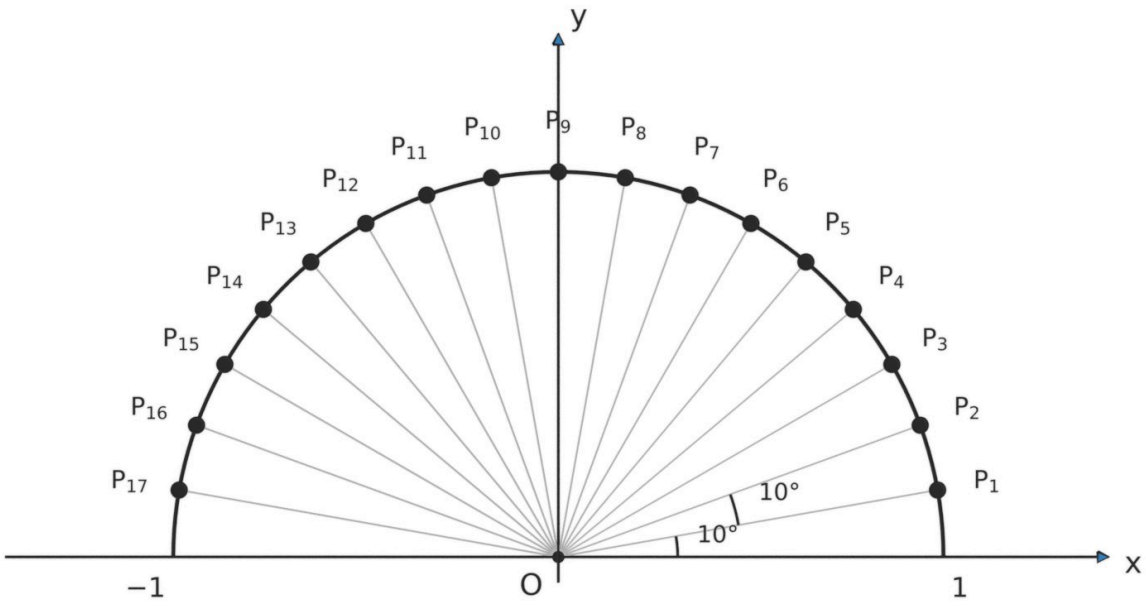
Masanın uzunluğu 13 birim, genişliği 7 birimdir. A noktası sol banttan 1 birim, alt banttan 6 birim uzaklıktadır. Kale ağzının uç noktaları K ve L, sağ bant üzerinde alt banttan sırasıyla 4 birim ve 2 birim yüksekliktedir.

Oyuncu, A noktasındaki diski doğrusal bir yol boyunca fırlatmıştır. Disk, alt banda C noktasında yalnızca bir kez çarpmış; ardından başka hiçbir banda değmeden doğrusal bir yol izleyerek [KL] kale ağzından girmiştir. Disk banda çarptığında, banda gelirken ve banttan ayrılırken izlediği yolların her biri bantla α derecelik açı yapmaktadır (şeklin sağındaki gösterim).

$\sin\alpha \cdot \cos\alpha = 0{,}48$ olduğuna göre trigonometrik özdeşliklerden yararlanarak C noktasının ve diskin kale ağzından girdiği noktanın konumunu şekil üzerinde gösteriniz. Diskin A noktasından kale ağzına kadar aldığı yolun kaç birim olduğunu bulunuz ve elde ettiğiniz sonucu yorumlayınız. (10 puan)

2. Uluğ Bey ve Semerkant'taki gök bilimciler, gök cisimlerinin konumlarını hesaplarken trigonometrik değer tablolarından yararlanmıştır. Bu tür tablolar hazırlanırken birbiriyle ilişkili açıların trigonometrik değerleri arasındaki bağıntıları bilmek, yapılacak hesapların sayısını önemli ölçüde azaltır. (Bu metin soru için hazırlanmıştır.)

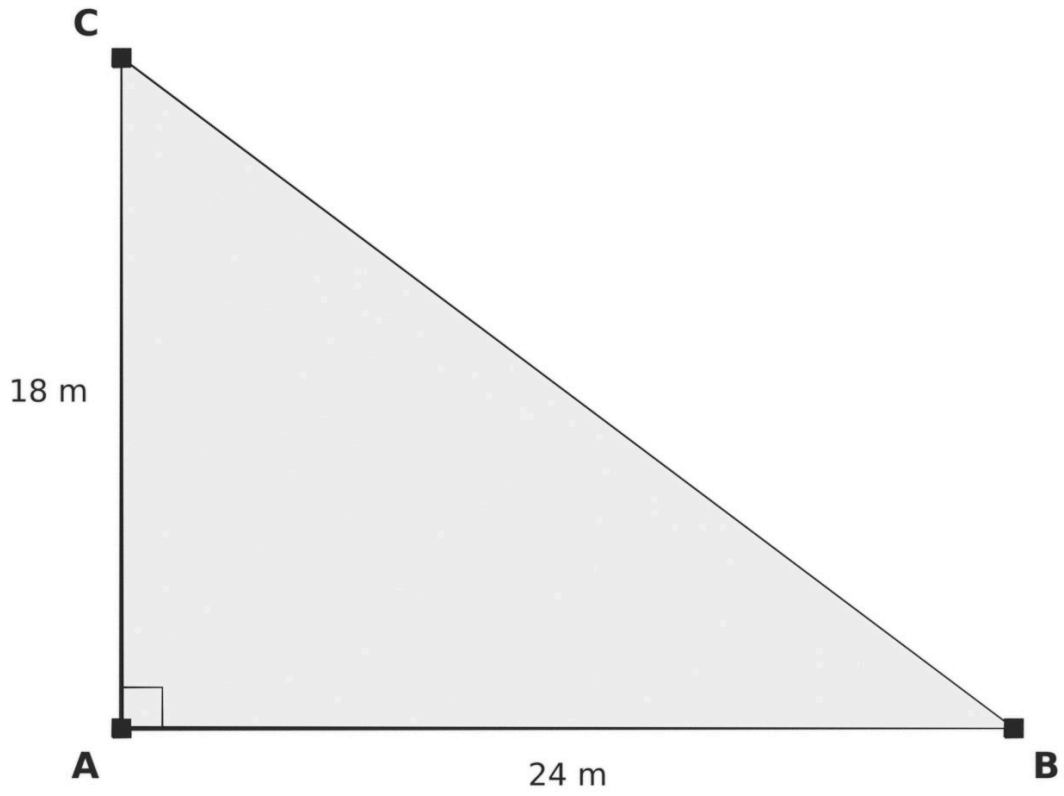
Bir bilim şenliği için hazırlanan yarım çember biçimli ışık panosu, aşağıdaki gibi dik koordinat düzleminde merkezi orijinde olan birim çemberin üst yarısı üzerinde modellenmiştir. Panodaki P_1, P_2, P_3, …, P_{17} lambaları; [OP_1 ışını x ekseninin pozitif yönüyle 10° lik açı yapacak ve ardışık iki lambayı O noktasına birleştiren ışınlar arasındaki açıların her biri 10° olacak biçimde yerleştirilmiştir.



- X: Lambaların apsisleri toplamı
- Y: Lambaların ordinatlarının kareleri toplamı
- Z: Lambaların apsislerinin kareleri toplamı

olmak üzere X değerini ve Y / Z oranını trigonometrik özdeşliklerden yararlanarak bulunuz. (15 puan)

3. Bir belediye, dik üçgen biçimindeki bir parkı yeniden düzenlemektedir. Parkın köşelerinde A, B ve C giriş kapıları bulunmakta; parkın kenarları boyunca [AB], [BC] ve [AC] yürüyüş yolları uzanmaktadır. m(BAC) = 90°, |AB| = 24 m ve |AC| = 18 m'dir.



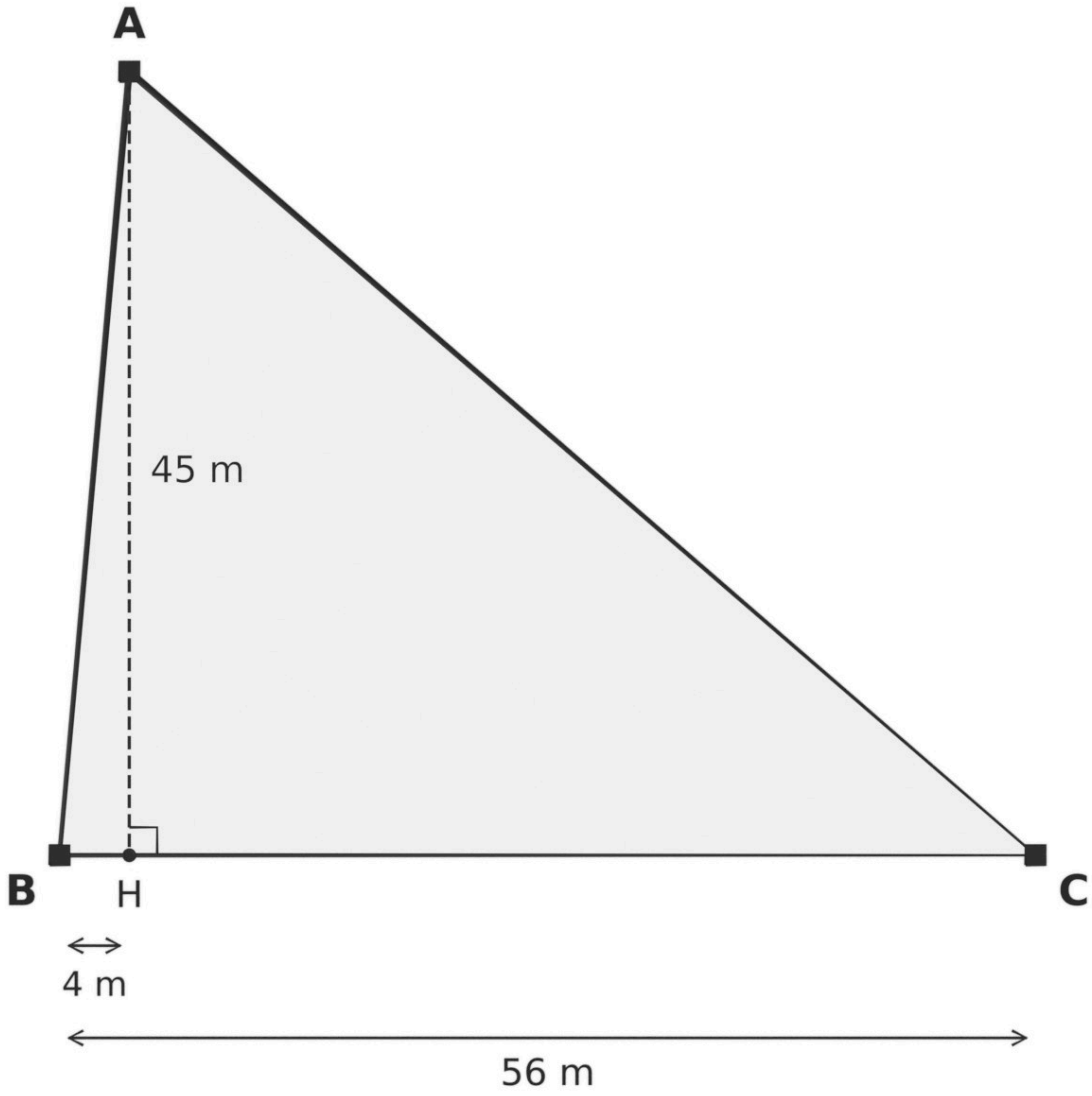
Belediye;

- üç giriş kapısına eşit uzaklıkta olacak şekilde bir aydınlatma kulesini K noktasına,
- üç yürüyüş yoluna eşit uzaklıkta olacak şekilde bir süs havuzunun merkezini S noktasına

yerleştirmeyi planlamaktadır. Kule ile havuzun merkezi arasına doğrusal bir elektrik kablosu döşenecektir.

Buna göre K ve S noktalarının üçgenin hangi yardımcı elemanlarının kesişim noktası olduğunu gerekçesiyle belirtiniz ve döşenecek kablonun uzunluğunun kaç metre olduğunu işlemlerinizle birlikte yazınız. (15 puan)

4. Bir okulun çevre kulübü, okul bahçesindeki ABC üçgeni biçimindeki yeşil alanı 9, 10 ve 11. sınıfların bakımını üstleneceği bölümlere ayırmayı planlamaktadır. Yeşil alanın A, B ve C köşelerinde birer giriş kapısı bulunmaktadır. A köşesinden [BC] kenarına çizilen dikmenin ayağı H noktası olmak üzere |AH| = 45 m, |BH| = 4 m ve |BC| = 56 m'dir. (Bu metin soru için hazırlanmıştır.)



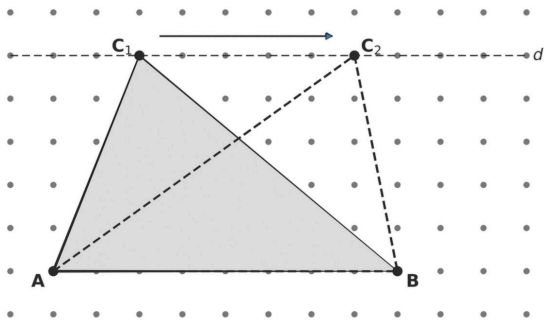
Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

4.1. Kulüp önce yeşil alanı A kapısından [BC] kenarına uzanan doğrusal bir yolla alanları eşit iki bölüme ayırmayı düşünmüştür. Bu yolun [BC] kenarını hangi noktada kesmesi gerektiğini ve yolun üçgenin hangi yardımcı elemanı olduğunu gerekçesiyle belirtiniz. Bu yolun uzunluğunu hesaplayınız. (5 puan)

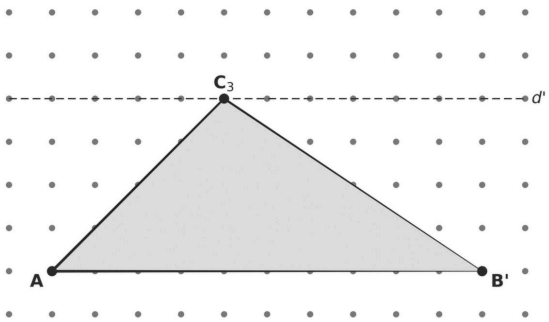
4.2. Kulüp daha sonra yeşil alanı, kenarortayların kesim noktası olan G noktasından A, B ve C kapılarına uzanan üç doğrusal yolla GBC, GCA ve GAB üçgensel bölgelerine ayırmaya karar vermiştir. Ağırlık merkezinin kenarortayı hangi oranda böldüğünü kullanarak G noktasının [BC] kenarına uzaklığını bulunuz. Üç bölgenin alanlarının eşit olduğunu gösteriniz. (7 puan)

4.3. G noktasına bir su deposu yerleştirilecek ve depodan A, B ve C kapılarına 4.2'deki yollar boyunca su boruları döşenecektir. Döşenecek boruların toplam uzunluğunun kaç metre olduğunu işlemlerinizle birlikte yazınız. (8 puan)

5. Geometri tahtası, eşit aralıklarla dizilmiş çivilerden oluşan ve çivilere lastik geçirilerek çokgenler oluşturulan bir öğretim materyalidir. Aşağıdaki geometri tahtasında yatay ve dikey doğrultudaki ardışık iki çivi arasındaki uzaklık 1 birimdir.



Şekil 1



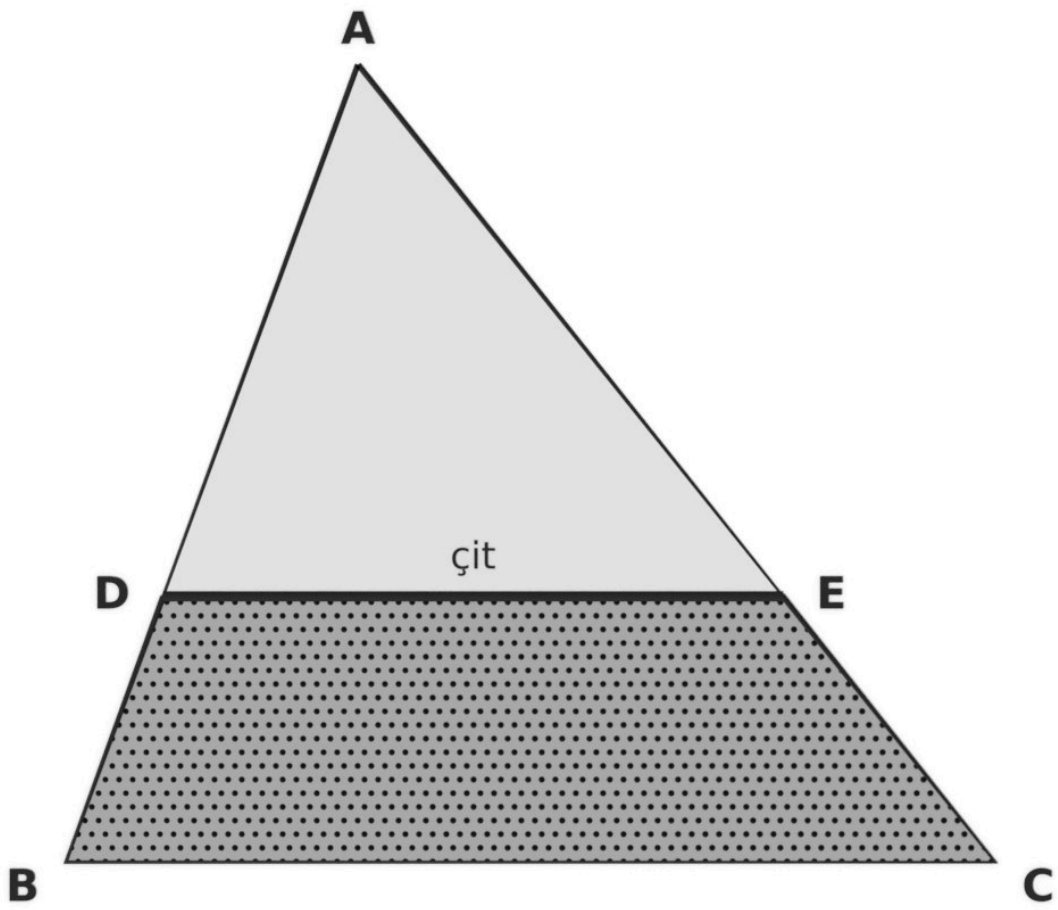
Şekil 2

Zeynep, Şekil 1'deki gibi lastiğin A ve B köşelerini sabit tutmuş; C köşesini [AB] kenarına paralel olan d doğrusu üzerindeki C_1 çivisinden C_2 çivisine taşımıştır. Şekil 1'de |AB| = 8 birimdir ve d doğrusu [AB] kenarından 5 birim uzaklıktadır.

Ardından Şekil 2'deki gibi lastiğin A köşesini sabit tutarak B köşesini aynı doğrultuda 2 birim sağa (B' çivisine), üçüncü köşeyi ise d doğrusunun 1 birim altındaki d' doğrusu üzerinde bulunan C_3 çivisine taşımıştır.

Buna göre C köşesinin d doğrusu üzerinde taşınmasının ve Şekil 2'deki düzenlemenin lastiğin oluşturduğu üçgenin alanını nasıl etkilediğini açıklayınız. Şekil 2'deki $AB'C_3$ üçgeninin alanının Şekil 1'deki ABC_1 üçgeninin alanına oranını bulunuz. (10 puan)

6. Üçgen biçimindeki ABC tarlası, [BC] kenarına paralel olan [DE] çitiyle iki bölüme ayrılmıştır. D noktası [AB] kenarı, E noktası [AC] kenarı üzerindedir. |AD| = 2 · |DB| ve tarlanın alanı 900 m²'dir.



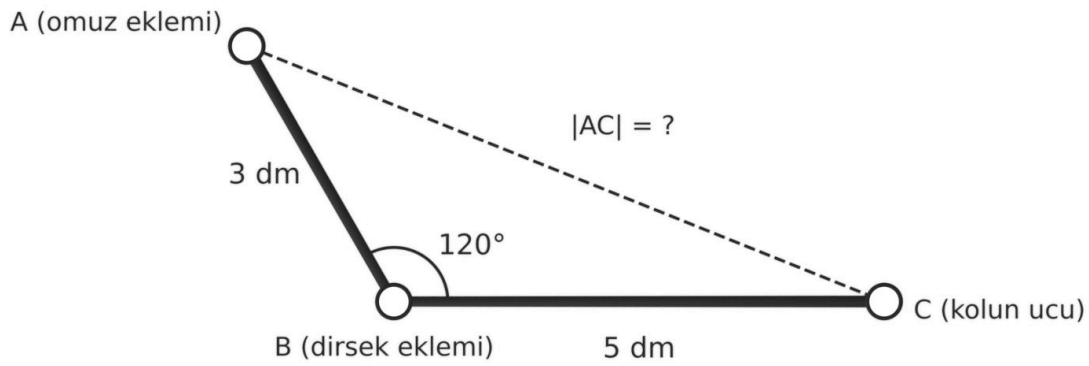
Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

6.1. ADE ve ABC üçgenlerinin benzer olduğunu gerekçesiyle gösteriniz ve benzerlik oranını yazınız. (3 puan)

6.2. Çitin ayırdığı ADE üçgensel bölgesinin ve DBCE dörtgensel bölgesinin alanlarını bulunuz. (5 puan)

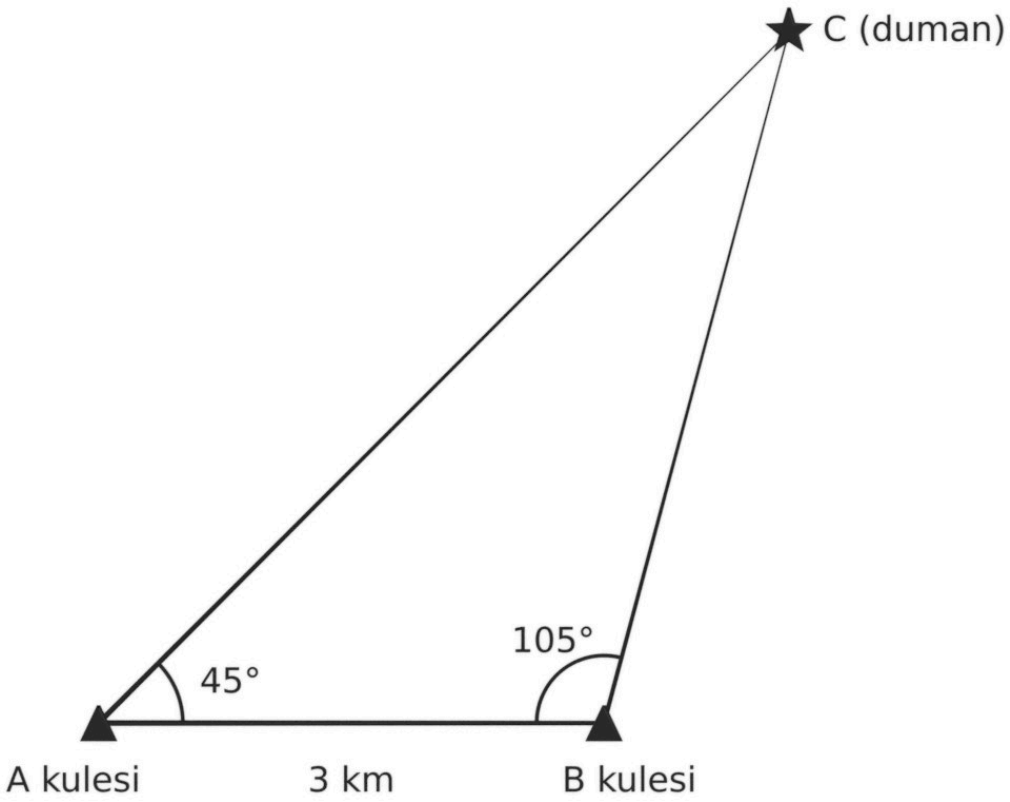
6.3. Çit, [BC] kenarına paralel kalacak ve A köşesinden uzaklaşacak biçimde kaydırılırsa ADE bölgesinin alanının nasıl değişeceğini açıklayınız. (2 puan)

7. Bir robotik kodlama atölyesinde tasarlanan robot kolu; omuz eklemi A, dirsek eklemi B ve kolun ucu C olmak üzere iki doğrusal parçadan oluşmaktadır. |AB| = 3 dm ve |BC| = 5 dm olan kol, dirsek ekleminde m(ABC) = 120° olacak şekilde bükülmüştür.



Buna göre kolun ucu C ile omuz eklemi A arasındaki uzaklığın kaç desimetre olduğunu kosinüs teoremini kullanarak bulunuz. Bulduğunuz sonucu, A noktasından CB doğrusuna dikme çizerek Pisagor teoremi yardımıyla doğrulayınız. (10 puan)

8. Bir orman bölgesindeki A ve B yangın gözetleme kuleleri arasındaki uzaklık 3 km'dir. Görevliler, C noktasında yükselen bir duman görmüştür. A kulesinden yapılan ölçümde m(CAB) = 45°, B kulesinden yapılan ölçümde m(ABC) = 105° bulunmuştur.



Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

8.1. ABC üçgeninin alanını sinüslü alan bağıntısıyla iki farklı biçimde yazarak |BC| / sinA = |AB| / sinC eşitliğini (sinüs teoremini) doğrulayınız. (4 puan)

8.2. B kulesinin dumana uzaklığının kaç kilometre olduğunu bulunuz. (6 puan)

ÖĞRENME ÇIKTILARI VE BECERİLER

SORU NO	ÖĞRENME ÇIKTISI	BECERİLER
1	MAT.10.1.1. Dik üçgende trigonometrik oranlara (sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant) ve trigonometrik özdeşliklere ilişkin çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.10. Çıkarım Yapma)
2	MAT.10.1.1. Dik üçgende trigonometrik oranlara (sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant) ve trigonometrik özdeşliklere ilişkin çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme; MAB2. Matematiksel Problem Çözme (MAB2.1. Matematiksel Çözümler Geliştirme)
3	MAT.10.1.2. Üçgenin yardımcı elemanlarının özellikleri ile ilgili çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.4. Çözümleme)
4	MAT.10.1.2. Üçgenin yardımcı elemanlarının özellikleri ile ilgili çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.10. Çıkarım Yapma); MAB2. Matematiksel Problem Çözme
5	MAT.10.1.3. Üçgenin bir kenarı ve o kenara ait yüksekliğinin değişimine bağlı olarak alanının değişimine ilişkin çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.14. Yorumlama)
6	MAT.10.1.3. Üçgenin bir kenarı ve o kenara ait yüksekliğinin değişimine bağlı olarak alanının değişimine ilişkin çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.14. Yorumlama)
7	MAT.10.1.4. Sinüs ve kosinüs teoremlerini doğrulayabilme veya ispatlayabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (MAB1.1. Matematiksel Doğrulama veya İspat Yapma); MAB2. Matematiksel Problem Çözme
8	MAT.10.1.4. Sinüs ve kosinüs teoremlerini doğrulayabilme veya ispatlayabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (MAB1.1. Matematiksel Doğrulama veya İspat Yapma); MAB2. Matematiksel Problem Çözme

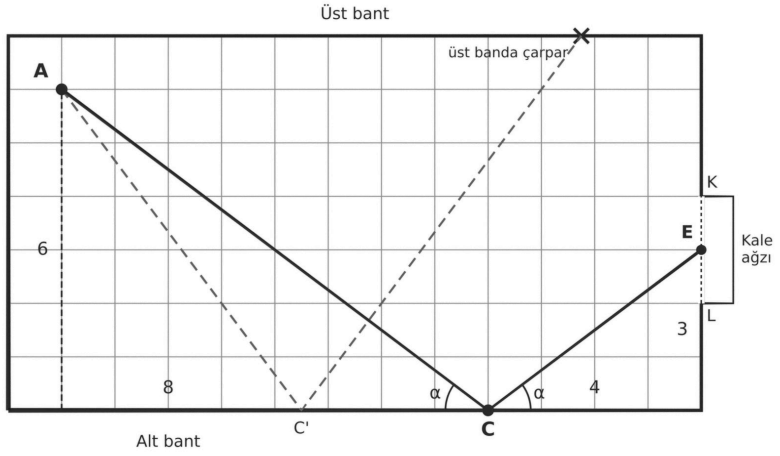
PUANLAMA TABLOSU								
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**TOPLAM**
10	*15*	*15*	*20*	*10*	*10*	*10*	*10*	***100***

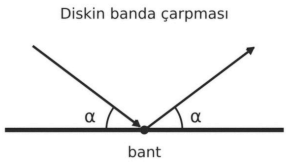
Bu sınav, 2026-2027 eğitim öğretim yılı 1. dönem konu-soru dağılım tablosundaki 1. ortak yazılı **Senaryo 4** dağılımına göre, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli 10. sınıf öğretim programı esas alınarak hazırlanmıştır. Hazırlayan: Murat Altun. Bu sorular Claude tarafından hazırlanmıştır. Millî Eğitim Bakanlığının resmî yayını değildir; görseller Blender ile oluşturulmuştur.

ÇÖZÜMLER

1. Doğru cevap:

- sin²α + cos²α = 1 özdeşliğini kullanarak (sinα + cosα)² = 1 + 2 · 0,48 = 1,96 ve (sinα − cosα)² = 1 − 2 · 0,48 = 0,04 eşitliklerini yazma; α dar açı olduğundan sinα + cosα = 1,4 ve sinα − cosα = 0,2 ya da −0,2 sonucuna ulaşma **(3 puan)**. (Aynı sonuca sinα · cosα = tanα / (1 + tan²α) dönüşümüyle 12tan²α − 25tanα + 12 = 0 denklemi kurularak ulaşan öğrenci de tam puan alır.)
- İki durumu belirleme: sinα = 0,8 ve cosα = 0,6 (tanα = 4/3) ya da sinα = 0,6 ve cosα = 0,8 (tanα = 3/4) **(1 puan)**
- tanα = 4/3 durumunu inceleyip reddetme: Disk 6 birim alçalırken yatayda 6 ÷ (4/3) = 4,5 birim ilerler ve sol banttan 5,5 birim uzaklıktaki C' noktasında banda çarpar. Çarptıktan sonra 7 birim yükselmek için yatayda 7 ÷ (4/3) = 5,25 birim ilerlemesi gerekir; sol banttan 10,75 birim uzaklıkta üst banda çarpar, yani sağ banda ulaşmadan ikinci bir banda değer. Bu durum verilen koşula aykırıdır **(2 puan)**
- tanα = 3/4 durumunu inceleme: Disk 6 birim alçalırken yatayda 6 ÷ (3/4) = 8 birim ilerler; C noktası alt bant üzerinde sol banttan 9 birim uzaklıktaki kare köşesidir. Çarptıktan sonra sağ banda kadar yatayda 4 birim ilerlerken 4 · (3/4) = 3 birim yükselir ve kale ağzına alt banttan 3 birim yükseklikteki E noktasından (K ile L'nin tam ortası) girer, üst banda değmez. C ve E noktalarını şekil üzerinde gösterme **(2 puan)**
- Yolu hesaplama ve yorumlama: |AC| = 6 ÷ sinα = 6 ÷ 0,6 = 10 birim (ya da √(8² + 6²) = 10), |CE| = 3 ÷ 0,6 = 5 birim, toplam yol 15 birim; verilen çarpım değerinin iki farklı açı ölçüsüne karşılık geldiği, bu açılardan yalnızca tanα = 3/4 olanın tek çarpmayla kaleye girme koşulunu sağladığı yorumunu yapma **(2 puan)**





Örnek doğru cevap: sin²α + cos²α = 1 olduğundan (sinα + cosα)² = sin²α + cos²α + 2sinα · cosα = 1 + 0,96 = 1,96 ve sinα + cosα = 1,4 olur. Benzer şekilde (sinα − cosα)² = 1 − 0,96 = 0,04 ve sinα − cosα = ±0,2 olur. Buradan sinα = 0,8, cosα = 0,6 ya da sinα = 0,6, cosα = 0,8 bulunur; yani tanα = 4/3 ya da tanα = 3/4 olabilir. tanα = 4/3 ise disk A noktasından alt banda 6 birim inerken yatayda 4,5 birim ilerler, sol banttan 5,5 birim uzakta banda çarpar ve yükselirken sol banttan 10,75 birim uzakta üst banda çarpar; disk tek çarpmayla kaleye giremeyeceği için bu durum olamaz. tanα = 3/4 ise disk yatayda 8 birim ilerleyip sol banttan 9 birim uzaklıktaki C noktasında banda çarpar; ardından yatayda 4 birim ilerlerken 3 birim yükselerek kale ağzına alt banttan 3 birim yükseklikteki E noktasından girer. sinα = 0,6 olduğundan |AC| = 6 / 0,6 = 10 birim, |CE| = 3 / 0,6 = 5 birimdir. Diskin aldığı yol 10 + 5 = 15 birimdir. Verilen sinα · cosα değeri iki farklı α açısına karşılık gelse de diskin yalnızca bir kez banda çarparak kaleye girmesi koşulu yalnızca tanα = 3/4 durumunda sağlanmaktadır.

Yanlış cevap: sinα ve cosα değerlerini deneme yanılma ile tahmin edip hiçbir özdeşlik kullanmadan yazan, iki durumdan yalnızca birini bulup diğerini incelemeyen veya tanα = 4/3 durumunu reddetmeden iki farklı C noktası öneren cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz. Yolu 15 birimden farklı bulan veya C noktasını alt bant üzerinde sol banttan 9 birim uzaklıktaki köşeden farklı bir yerde gösteren cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

2. Doğru cevap:

- Birim çember üzerindeki k. lambanın (k = 1, 2, …, 17) koordinatlarının (cos(10k°), sin(10k°)) olduğunu belirtme **(2 puan)**
- Birbirini 180° ye tamamlayan açılar için birim çemberdeki simetriden cos(180° − x) = −cosx ve sin(180° − x) = sinx olduğunu belirtme (P_1 ile P_{17}, P_2 ile P_{16}, …, P_8 ile P_{10} lambaları y eksenine göre simetriktir.) **(2 puan)**
- X = (cos10° + cos170°) + (cos20° + cos160°) + … + (cos80° + cos100°) + cos90° = 0 + 0 + … + 0 + 0 = 0 bulma **(3 puan)**
- Y = 2 · (sin²10° + sin²20° + … + sin²80°) + sin²90° yazma; birbirini 90° ye tamamlayan açılarda sin80° = cos10°, sin70° = cos20°, sin60° = cos30°, sin50° = cos40° olduğundan sin²10° + sin²80° = sin²10° + cos²10° = 1 gibi dört çift oluşturarak Y = 2 · 4 + 1 = 9 bulma **(4 puan)**
- Her lamba için sin²x + cos²x = 1 olduğundan Y + Z = 17 ve Z = 17 − 9 = 8 bulma (ya da Z değerini benzer eşlemelerle doğrudan hesaplama) **(3 puan)**
- Y / Z = 9/8 sonucunu yazma **(1 puan)**

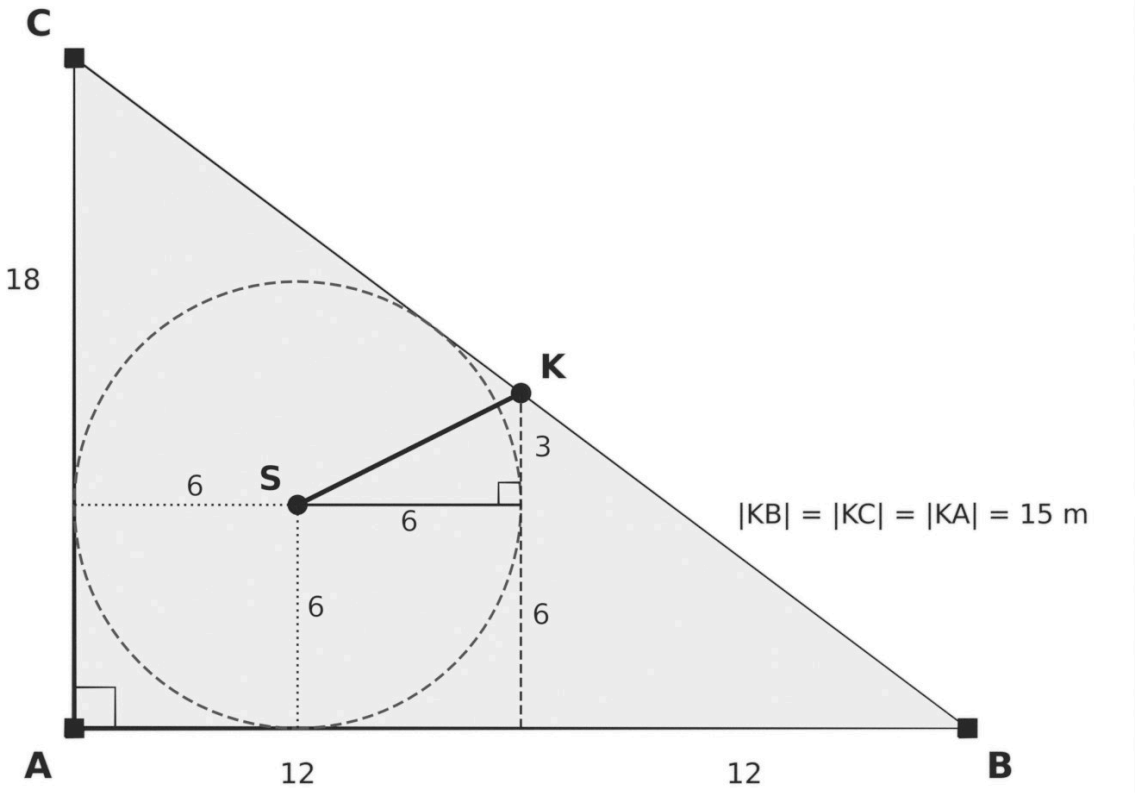
Örnek doğru cevap: Birim çemberde bir açının bitim kolunun çemberi kestiği noktanın apsisi o açının kosinüsü, ordinatı sinüsüdür. Bu nedenle k. lambanın koordinatları (cos(10k°), sin(10k°)) olur. P_1 ile P_{17}, P_2 ile P_{16}, … lambaları y eksenine göre simetrik olduğundan cos170° = −cos10°, cos160° = −cos20°, … ve sin170° = sin10°, sin160° = sin20°, … olur. X = (cos10° + cos170°) + (cos20° + cos160°) + … + (cos80° + cos100°) + cos90° = 0 bulunur. Y = sin²10° + … + sin²170° = 2 · (sin²10° + sin²20° + … + sin²80°) + sin²90° olur. sin80° = cos10°, sin70° = cos20°, sin60° = cos30°, sin50° = cos40° olduğundan (sin²10° + cos²10°) + (sin²20° + cos²20°) + (sin²30° + cos²30°) + (sin²40° + cos²40°) = 4 ve Y = 2 · 4 + 1 = 9 olur. Her lamba için sin² + cos² = 1 olduğundan 17 lamba için Y + Z = 17, Z = 8 bulunur. Buradan X = 0 ve Y / Z = 9/8 olur.

Yanlış cevap: cos170° = cos10° gibi işaret hatası yaparak X değerini 0 dışında bulan, sin90° terimini unutarak Y = 8 bulan, Y ile Z değerlerini eşit kabul ederek Y / Z = 1 yazan veya değerleri yalnızca hesap makinesiyle bulup hiçbir özdeşliğe dayandırmayan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

3. Doğru cevap:

- K noktasının üç köşeye eşit uzaklıkta olduğu için kenar orta dikmelerin kesim noktası (çevrel çemberin merkezi) olduğunu belirtme; dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu hipotenüs uzunluğunun yarısına eşit olduğundan K noktasının [BC] hipotenüsünün orta noktası olduğu sonucuna ulaşma **(3 puan)**
- |BC|² = 24² + 18² = 900, |BC| = 30 m ve |KA| = |KB| = |KC| = 15 m bulma; K noktasının [AB] kenarına uzaklığının 18 ÷ 2 = 9 m, [AC] kenarına uzaklığının 24 ÷ 2 = 12 m olduğunu belirleme **(2 puan)**
- S noktasının üç kenara eşit uzaklıkta olduğu için iç açıortayların kesim noktası (iç teğet çemberin merkezi) olduğunu belirtme **(2 puan)**

- S noktasının kenarlara uzaklığını r alarak A(ABC) = A(SAB) + A(SBC) + A(SAC) eşitliğinden ½ · 24 · 18 = ½ · r · (24 + 30 + 18), 216 = 36r ve r = 6 m bulma **(3 puan)**. (r değerini teğet parçalarının eşitliğinden r = (24 + 18 − 30) ÷ 2 = 6 m olarak bulan öğrenci de tam puan alır.)
- S noktasının [AB] ve [AC] kenarlarına uzaklığının 6 m olduğunu kullanarak S ile K arasındaki yatay farkı 12 − 6 = 6 m ve dikey farkı 9 − 6 = 3 m olarak belirleme **(2 puan)**
- Oluşan dik üçgende Pisagor teoremiyle |SK|² = 6² + 3² = 45 ve |SK| = 3√5 m (yaklaşık 6,7 m) bulma **(3 puan)**



Örnek doğru cevap: Kule üç kapıya, yani üçgenin üç köşesine eşit uzaklıkta olacağından K noktası kenar orta dikmelerin kesim noktası, yani çevrel çemberin merkezidir. Dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu hipotenüsün yarısı olduğundan [BC] kenarının orta noktası A, B ve C köşelerine eşit uzaklıktadır; K, [BC] kenarının orta noktasıdır. |BC|² = 24² + 18² = 900 olduğundan |BC| = 30 m ve |KA| = |KB| = |KC| = 15 m'dir. K orta nokta olduğundan [AB] kenarına uzaklığı 9 m, [AC] kenarına uzaklığı 12 m'dir. Havuz üç yürüyüş yoluna, yani üçgenin üç kenarına eşit uzaklıkta olacağından S noktası iç açıortayların kesim noktası, yani iç teğet çemberin merkezidir. S noktasının kenarlara uzaklığı r olsun. A(ABC) = ½ · 24 · 18 = 216 m² ve A(ABC) = ½ · r · 24 + ½ · r · 30 + ½ · r · 18 = 36r olduğundan r = 6 m'dir. S noktası [AB] ve [AC] kenarlarına 6 m uzaklıktadır. S ile K arasında [AB] kenarına paralel doğrultuda 12 − 6 = 6 m, [AC] kenarına paralel doğrultuda 9 − 6 = 3 m fark vardır. |SK|² = 6² + 3² = 45 olduğundan kablonun uzunluğu |SK| = 3√5 m ≈ 6,7 m'dir.

Yanlış cevap: K noktasını ağırlık merkezi veya yüksekliklerin kesim noktası olarak, S noktasını kenar orta dikmelerin kesim noktası olarak belirleyen; iç teğet çemberin yarıçapını 6 m'den farklı bulan veya kablonun uzunluğunu 3√5 m'den farklı bulan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

4. Doğru cevap:

4.1. **(5 puan)**

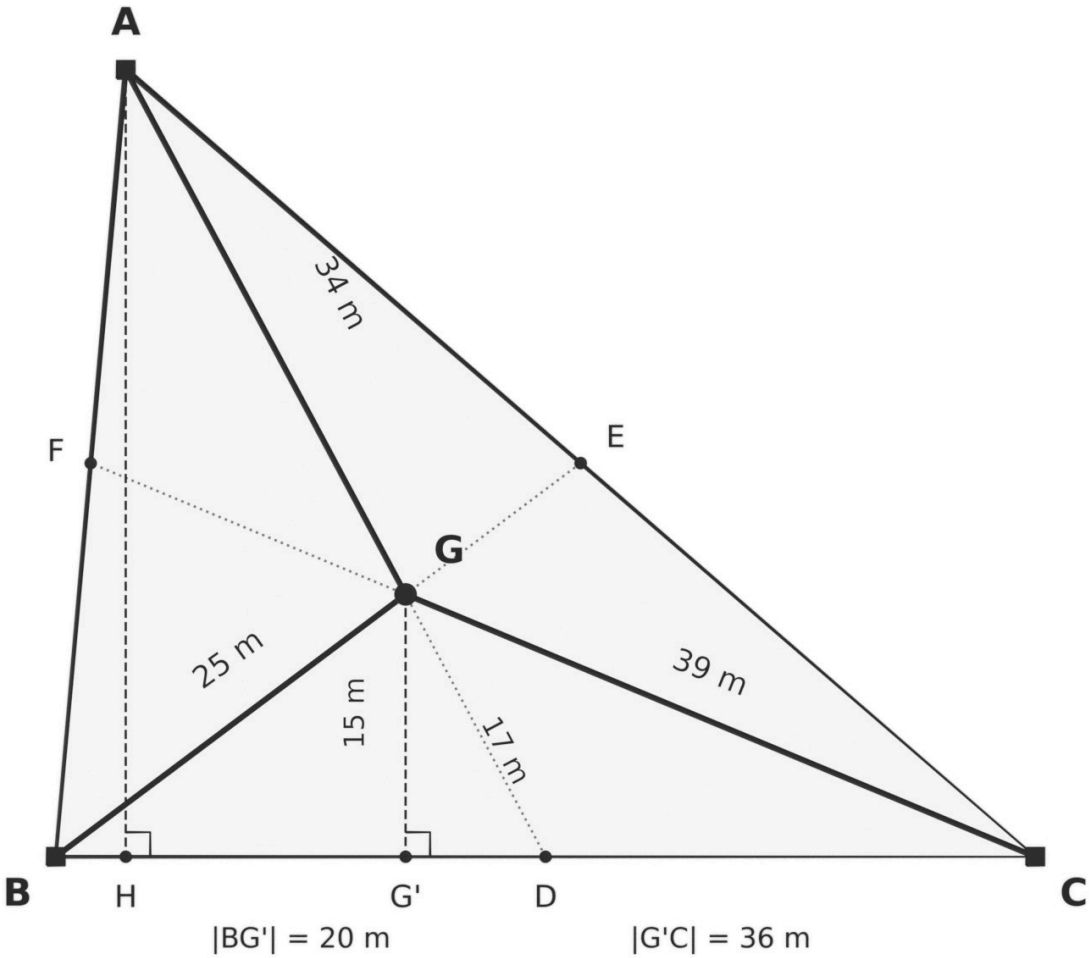
- Yolun [BC] kenarını kestiği nokta D olmak üzere ABD ve ADC üçgenlerinin [BD] ve [DC] tabanlarına ait yüksekliklerinin ortak (|AH| = 45 m) olduğunu, bu nedenle alanların eşit olması için tabanların eşit olması gerektiğini belirterek D noktasının [BC] kenarının orta noktası olduğunu (|BD| = |DC| = 28 m) bulma **(2 puan)**
- Yolun A köşesine ait [AD] kenarortayı olduğunu belirtme **(1 puan)**
- |HD| = 28 − 4 = 24 m bulup AHD dik üçgeninde $|AD|^2 = 45^2 + 24^2 = 2601$ ve |AD| = 51 m bulma **(2 puan)**

4.2. **(7 puan)**

- Ağırlık merkezinin kenarortayı köşeden itibaren 2 : 1 oranında böldüğünü kullanarak |AG| = 34 m ve |GD| = 17 m bulma **(2 puan)**
- G noktasından [BC] kenarına [GG'] dikmesini çizerek DG'G ve DHA üçgenlerinin benzerliğinden (ya da temel orantı teoreminden) |GG'| / |AH| = |GD| / |AD| = 1/3 yazma ve |GG'| = 15 m bulma **(2 puan)**
- $A(ABC) = ½ \cdot 56 \cdot 45 = 1260$ m² ve $A(GBC) = ½ \cdot 56 \cdot 15 = 420$ m² bulup A(GBC) = A(ABC) / 3 olduğunu belirtme **(1 puan)**
- D orta nokta olduğundan A(ABD) = A(ADC) = 630 m² ve A(GBD) = A(GDC) = 210 m² olduğunu belirterek A(GAB) = 630 − 210 = 420 m², A(GCA) = 630 − 210 = 420 m² bulma ve üç bölgenin alanlarının eşit olduğu sonucuna ulaşma **(2 puan)**. (G noktasının diğer kenarortayları da 2 : 1 oranında böldüğünü kullanarak G'nin [CA] ve [AB] kenarlarına uzaklığının ilgili yüksekliklerin üçte biri olduğunu gösteren öğrenci de tam puan alır.)

4.3. **(8 puan)**

- |GA| = 34 m olduğunu belirtme **(1 puan)**
- G' noktasının konumunu belirleme: AHD üçgeninde [GG'] // [AH] olduğundan |HG'| / |HD| = |AG| / |AD| = 2/3, |HG'| = 16 m, |BG'| = 4 + 16 = 20 m ve |G'C| = 56 − 20 = 36 m bulma **(3 puan)**
- BG'G dik üçgeninde $|GB|^2 = 20^2 + 15^2 = 625$ ve |GB| = 25 m bulma **(2 puan)**
- CG'G dik üçgeninde $|GC|^2 = 36^2 + 15^2 = 1521$ ve |GC| = 39 m bulma **(1 puan)**
- Boruların toplam uzunluğunu 34 + 25 + 39 = 98 m bulma **(1 puan)**



Örnek doğru cevap: 4.1. Yol [BC] kenarını D noktasında kessin. ABD ve ADC üçgenlerinin [BC] üzerindeki tabanlarına ait yükseklikleri aynıdır ve |AH| = 45 m'dir. Bu üçgenlerin alanlarının eşit olması için tabanları eşit olmalıdır: |BD| = |DC| = 56 ÷ 2 = 28 m. Yani yol, [BC] kenarının orta noktasından geçen [AD] kenarortayıdır. |HD| = 28 − 4 = 24 m olduğundan AHD dik üçgeninde $|AD|^2 = 45^2 + 24^2 = 2025 + 576 = 2601$ ve |AD| = 51 m'dir. 4.2. Kenarortayların kesim noktası G ağırlık merkezidir ve her kenarortayı köşeden itibaren 2 : 1 oranında böler. Buna göre |AG| = 34 m, |GD| = 17 m'dir. G noktasından [BC] kenarına [GG'] dikmesi çizilirse [GG'] // [AH] olur ve DG'G ile DHA üçgenleri benzerdir. |GG'| / |AH| = |GD| / |AD| = 17/51 = 1/3 olduğundan |GG'| = 45 ÷ 3 = 15 m'dir. A(ABC) = ½ · 56 · 45 = 1260 m² ve A(GBC) = ½ · 56 · 15 = 420 m²'dir; bu değer 1260 m²'nin üçte biridir. D orta nokta olduğundan ABD ve ADC üçgenlerinin alanları 630 m², GBD ve GDC üçgenlerinin alanları da 210 m²'dir (ortak yükseklik |GG'|, eşit tabanlar). Buradan A(GAB) = 630 − 210 = 420 m² ve A(GCA) = 630 − 210 = 420 m² olur. Üç bölgenin her birinin alanı 420 m²'dir. 4.3. |GA| = |AG| = 34 m'dir. [GG'] // [AH] olduğundan |HG'| / |HD| = |AG| / |AD| = 2/3 ve |HG'| = 16 m'dir. Buna göre |BG'| = 4 + 16 = 20 m, |G'C| = 56 − 20 = 36 m'dir. BG'G dik üçgeninde $|GB|^2 = 20^2 + 15^2 = 625$ ve |GB| = 25 m; CG'G dik üçgeninde $|GC|^2 = 36^2 + 15^2 = 1521$ ve |GC| = 39 m'dir. Döşenecek boruların toplam uzunluğu 34 + 25 + 39 = 98 m'dir.

Yanlış cevap: 4.1'de yolun [BC] kenarına dik olan [AH] yüksekliği olması gerektiğini söyleyen (yükseklik ile kenarortayı karıştıran) veya |AD| uzunluğunu 51 m'den farklı bulan; 4.2'de G noktasını kenarortayın orta noktası kabul eden, G'nin [BC] kenarına uzaklığını 45 ÷ 2 = 22,5 m bulan ya da G'yi açıortayların veya kenar orta dikmelerin kesim noktası olarak düşünen; 4.3'te G' noktasını [BC] kenarının orta noktası kabul ederek |GB| ve |GC| uzunluklarını hesaplayan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

5. Doğru cevap:

- ABC_1 ve ABC_2 üçgenlerinin [AB] tabanının ortak olduğunu, C_1 ve C_2 noktaları [AB] kenarına paralel d doğrusu üzerinde bulunduğundan [AB] kenarına ait yüksekliklerin eşit (5 birim) olduğunu belirtme **(2 puan)**
- $A(ABC_1) = A(ABC_2) = ½ \cdot 8 \cdot 5 = 20$ birimkare bulma ve C köşesi d doğrusu üzerinde nereye taşınırsa taşınsın alanın değişmeyeceği sonucuna ulaşma **(2 puan)**
- Şekil 2'de taban uzunluğunun 8 + 2 = 10 birim, yüksekliğin 5 − 1 = 4 birim olduğunu belirleyerek $A(AB'C_3) = ½ \cdot 10 \cdot 4 = 20$ birimkare bulma **(2 puan)**
- $A(AB'C_3) / A(ABC_1) = 20 / 20 = 1$ oranını bulma **(2 puan)**
- Taban uzunluğunun 5/4 katına çıktığını (%25 arttığını), yüksekliğin 4/5 katına indiğini (%20 azaldığını), alan taban ile o tabana ait yüksekliğin çarpımıyla orantılı olduğundan $(5/4) \cdot (4/5) = 1$ olduğunu ve üçgenin biçimi değişse de alanın değişmediğini yorumlama **(2 puan)**

Örnek doğru cevap: Şekil 1'de ABC_1 ve ABC_2 üçgenlerinin tabanı [AB] kenarıdır. C_1 ve C_2 noktaları [AB] kenarına paralel olan d doğrusu üzerinde olduğundan bu noktaların [AB] kenarına uzaklıkları, yani [AB] kenarına ait yükseklikler 5 birimdir. $A(ABC_1) = A(ABC_2) = ½ \cdot 8 \cdot 5 = 20$ birimkaredir. Taban ve o tabana ait yükseklik değişmediği için C köşesi d doğrusu üzerinde hangi çiviye taşınırsa taşınsın alan değişmez. Şekil 2'de taban $|AB'| = 10$ birim, yükseklik 4 birim olduğundan $A(AB'C_3) = ½ \cdot 10 \cdot 4 = 20$ birimkaredir. İstenen oran 20 / 20 = 1'dir. Taban 8 birimden 10 birime çıkarak 5/4 katına, yükseklik 5 birimden 4 birime inerek 4/5 katına değişmiştir. Üçgenin alanı taban ile yüksekliğin çarpımıyla orantılı olduğundan alan $(5/4) \cdot (4/5) = 1$ katına değişir, yani alan değişmez.

Yanlış cevap: C köşesi kaydırıldığında üçgenin biçimi değiştiği için alanın da değiştiğini öne süren; Şekil 2'de tabanın arttığını görüp yüksekliğin azaldığını dikkate almadan alanın arttığını söyleyen veya alan oranını 1'den farklı bulan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

6. Doğru cevap:

6.1. **(3 puan)**

- [DE] // [BC] olduğundan m(ADE) = m(ABC) ve m(AED) = m(ACB) (yöndeş açılar) olduğunu, A açısının ortak olduğunu belirterek Açı-Açı benzerliğinden ADE ve ABC üçgenlerinin benzer olduğunu gösterme **(2 puan)**
- |AD| = 2k, |DB| = k alarak benzerlik oranını |AD| / |AB| = 2k / 3k = 2/3 bulma **(1 puan)**

6.2. **(5 puan)**

- Benzer üçgenlerin alanları oranının benzerlik oranının karesine eşit olduğunu kullanarak A(ADE) / A(ABC) = $(2/3)^2$ = 4/9 yazma **(2 puan)**
- A(ADE) = 900 · 4/9 = 400 m² bulma **(2 puan)**
- A(DBCE) = 900 − 400 = 500 m² bulma **(1 puan)**

6.3. **(2 puan)**

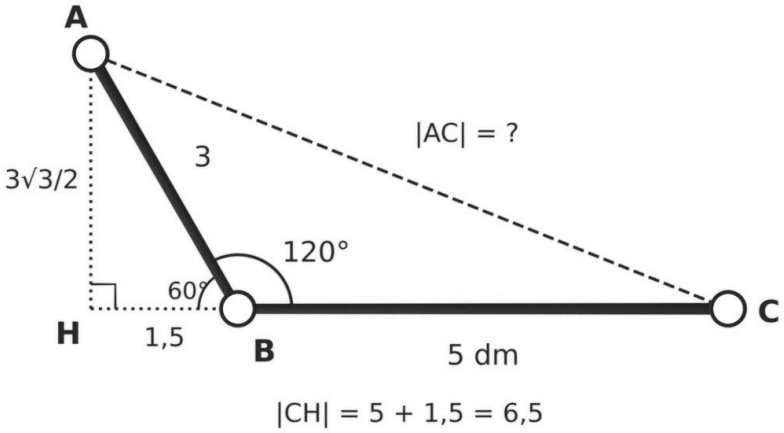
- Çit A köşesinden uzaklaştıkça ADE üçgeninin [DE] tabanının ve bu tabana ait yüksekliğinin aynı oranda arttığını, bu nedenle alanın benzerlik oranının karesiyle orantılı olarak arttığını ve çit [BC] kenarına yaklaştıkça alanın 900 m²'ye yaklaştığını açıklama **(2 puan)**

Örnek doğru cevap: 6.1. [DE] // [BC] olduğundan yöndeş açılar eşittir: m(ADE) = m(ABC) ve m(AED) = m(ACB). A açısı iki üçgende ortaktır. Açı-Açı benzerliğinden ADE ve ABC üçgenleri benzerdir. |AD| = 2k ise |DB| = k ve |AB| = 3k olduğundan benzerlik oranı |AD| / |AB| = 2/3'tür. 6.2. Benzer üçgenlerde hem tabanlar hem de bu tabanlara ait yükseklikler benzerlik oranıyla orantılıdır. Bu nedenle alanlar oranı benzerlik oranının karesidir: A(ADE) / A(ABC) = $(2/3)^2$ = 4/9. A(ADE) = 900 · 4/9 = 400 m², A(DBCE) = 900 − 400 = 500 m² bulunur. 6.3. Çit A köşesinden uzaklaştıkça benzerlik oranı büyür; [DE] tabanı ile A köşesinden [DE] kenarına olan yükseklik aynı oranda artar. Alan, taban ile yüksekliğin çarpımıyla orantılı olduğundan benzerlik oranının karesiyle orantılı olarak artar. Çit [BC] kenarına yaklaştıkça ADE bölgesinin alanı tarlanın alanı olan 900 m²'ye yaklaşır.

Yanlış cevap: 6.1'de benzerliği gerekçe göstermeden kabul eden ya da benzerlik oranını |AD| / |DB| = 2 olarak yazan; 6.2'de alan oranını benzerlik oranına eşit alarak A(ADE) = 600 m² bulan; 6.3'te çit kaydırıldığında alanın değişmeyeceğini veya alanın benzerlik oranıyla doğru orantılı arttığını söyleyen cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

7. Doğru cevap:

- ABC üçgeninde kosinüs teoremini $|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 - 2 \cdot |AB| \cdot |BC| \cdot \cos(ABC)$ biçiminde yazma **(2 puan)**
- Birim çemberden ya da bütünler açı ilişkisinden $\cos120° = -\cos60° = -1/2$ olduğunu belirtme **(2 puan)**
- $|AC|^2 = 9 + 25 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (-1/2) = 49$ ve $|AC| = 7$ dm bulma **(2 puan)**
- A noktasından CB doğrusuna [AH] dikmesini çizme; H noktasının [CB] doğru parçasının B tarafındaki uzantısında olduğunu ve $m(ABH) = 180° - 120° = 60°$ olduğunu belirleme; ABH $(30° - 60° - 90°)$ üçgeninde $|BH| = 3 \cdot \cos60° = 1{,}5$ dm ve $|AH| = 3 \cdot \sin60° = 3\sqrt{3}/2$ dm bulma **(2 puan)**
- AHC dik üçgeninde $|CH| = 5 + 1{,}5 = 6{,}5$ dm alarak $|AC|^2 = 6{,}5^2 + (3\sqrt{3}/2)^2 = 42{,}25 + 6{,}75 = 49$ ve $|AC| = 7$ dm bulma; iki yöntemin aynı sonucu verdiğini belirtme **(2 puan)**



Örnek doğru cevap: Kosinüs teoremine göre $|AC|^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos120°$ olur. Birim çemberde 120° lik açının bitim kolunun çemberi kestiği noktanın apsisi $-1/2$ olduğundan $\cos120° = -1/2$'dir. Buradan $|AC|^2 = 9 + 25 + 15 = 49$ ve $|AC| = 7$ dm bulunur. Doğrulama için A noktasından CB doğrusuna [AH] dikmesi çizilir. $m(ABC) = 120°$ olduğundan H noktası [CB] doğru parçasının B tarafındaki uzantısı üzerindedir ve $m(ABH) = 60°$'dir. ABH dik üçgeninde $|BH| = 3 \cdot \cos60° = 1{,}5$ dm, $|AH| = 3 \cdot \sin60° = 3\sqrt{3}/2$ dm olur. $|CH| = 5 + 1{,}5 = 6{,}5$ dm'dir. AHC dik üçgeninde Pisagor teoremiyle $|AC|^2 = 6{,}5^2 + (3\sqrt{3}/2)^2 = 42{,}25 + 6{,}75 = 49$ ve $|AC| = 7$ dm bulunur. İki yöntem de aynı sonucu verdiğinden bulunan uzaklık doğrulanmış olur.

Yanlış cevap: $\cos120°$ değerini $1/2$ alarak $|AC| = \sqrt{19}$ dm bulan, kosinüs teoremindeki işaretleri hatalı yazan, dikme ayağını [BC] kenarı üzerinde alarak $|CH| = 5 - 1{,}5 = 3{,}5$ dm kullanan veya doğrulama adımını yapmadan yalnızca sonucu yazan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

8. Doğru cevap:

8.1. **(4 puan)**

- ABC üçgeninin alanını A(ABC) = ½ · |AB| · |AC| · sinA ve A(ABC) = ½ · |BC| · |AC| · sinC biçiminde iki farklı yoldan yazma **(2 puan)**
- İki ifadeyi eşitleyip her iki yanı ½ · |AC| ile sadeleştirerek |AB| · sinA = |BC| · sinC ve buradan |BC| / sinA = |AB| / sinC eşitliğini elde etme **(2 puan)**

8.2. **(6 puan)**

- Üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamından m(ACB) = 180° − 45° − 105° = 30° bulma **(2 puan)**
- Sinüs teoremini |BC| / sin45° = |AB| / sin30° biçiminde yazma **(2 puan)**
- |BC| = 3 · (√2/2) ÷ (1/2) = 3√2 km ≈ 4,24 km bulma **(2 puan)**

Örnek doğru cevap: 8.1. Üçgenin alanı, iki kenar uzunluğu ile bu kenarlar arasındaki açının sinüsünün çarpımının yarısına eşittir. A açısını kullanarak A(ABC) = ½ · |AB| · |AC| · sinA, C açısını kullanarak A(ABC) = ½ · |BC| · |AC| · sinC yazılır. Bu iki ifade aynı alanı gösterdiği için ½ · |AB| · |AC| · sinA = ½ · |BC| · |AC| · sinC olur. Her iki yan ½ · |AC| ile sadeleştirildiğinde |AB| · sinA = |BC| · sinC ve |BC| / sinA = |AB| / sinC elde edilir. 8.2. m(ACB) = 180° − 45° − 105° = 30°'dir. Sinüs teoremine göre |BC| / sin45° = |AB| / sin30° olur. Buradan |BC| = 3 · (√2/2) ÷ (1/2) = 3√2 km ≈ 4,24 km bulunur. B kulesinin dumana uzaklığı 3√2 km'dir.

Yanlış cevap: 8.1'de alanı aynı açıyla iki kez yazan ya da sinüs teoremini doğrulamadan yalnızca formül olarak yazan cevaplar ilgili ölçütten puan alamaz. 8.2'de C açısını hesaplamadan sin105° kullanmaya çalışan veya oranı ters kurarak |BC| = 3√2/2 km bulan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.