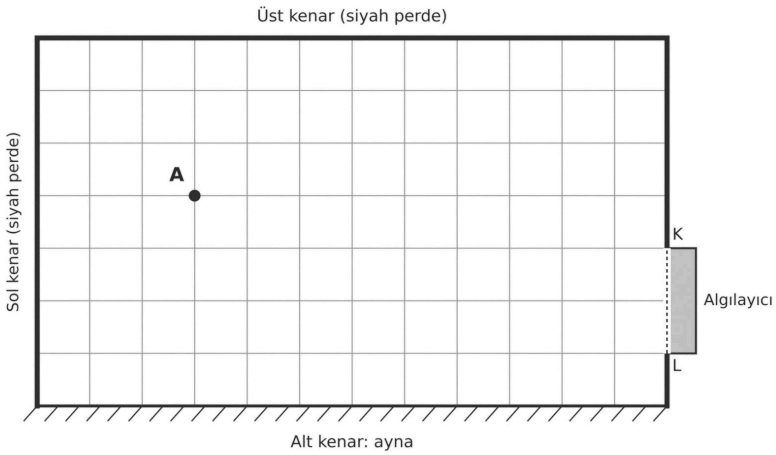
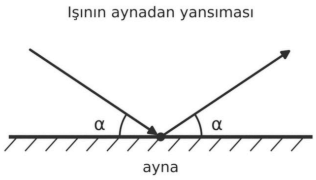
MATEMATİK

Hazırlayan: **Murat Altun**

Bu sorular Claude tarafından hazırlanmıştır.

1. Bir bilim merkezindeki ışık oyununda dikdörtgen biçimli bir oyun masası kullanılmaktadır. Masanın üstten görünüşü, aşağıdaki gibi eş karelere ayrılmış bir zemin üzerinde modellenmiştir. Her bir karenin kenar uzunluğu 1 birimdir. Masanın alt kenarı boyunca düz bir ayna bulunmaktadır. Sol, üst ve sağ kenarlar ışığı yansıtmayan siyah perdeyle kaplıdır; ışık bu kenarlardan birine çarparsa soğurulur ve oyun kaybedilir. Sağ kenardaki [KL] aralığında ise bir ışık algılayıcısı vardır.





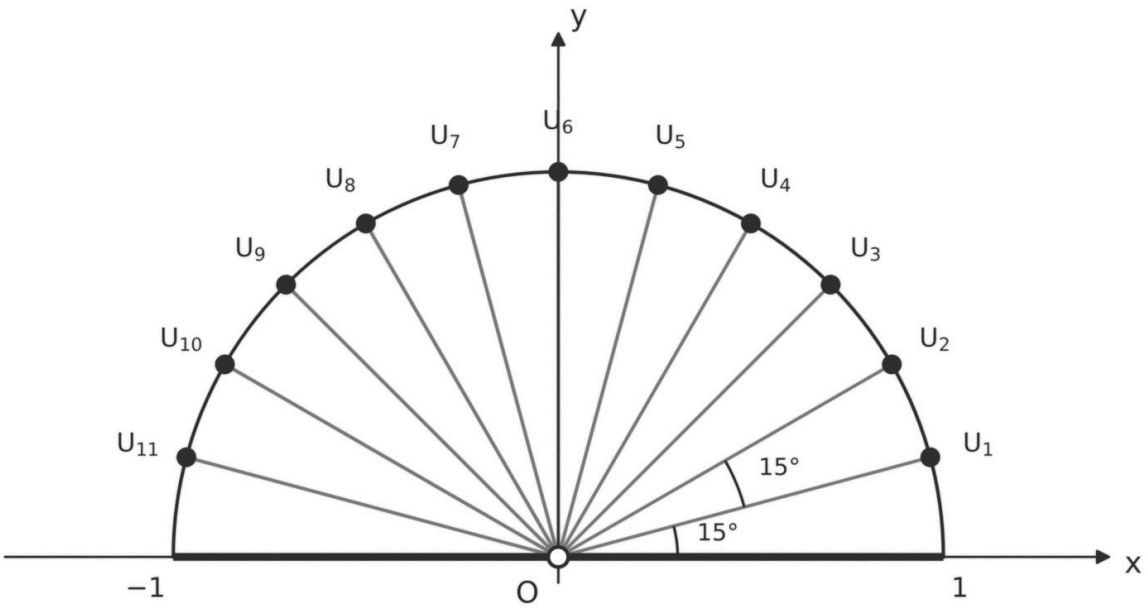
Masanın uzunluğu 12 birim, genişliği 7 birimdir. Lazer ışığı kaynağının bulunduğu A noktası sol kenardan 3 birim, aynadan 4 birim uzaklıktadır. Algılayıcının uç noktaları K ve L, sağ kenar üzerinde aynadan sırasıyla 3 birim ve 1 birim yüksekliktedir.

Oyuncu, A noktasından doğrusal bir lazer ışını göndermiştir. Işın aynaya C noktasında yalnızca bir kez çarpmış, yansıdıktan sonra başka hiçbir kenara değmeden doğrusal bir yol izleyerek algılayıcıya ulaşmıştır. Işın aynaya çarptığında aynaya gelirken ve aynadan yansırken izlediği yolların her biri ayna ile α derecelik açı yapmaktadır (şeklin sağındaki gösterim).

α dar açı ve tanα + cotα = 13/6 olduğuna göre trigonometrik özdeşliklerden yararlanarak C noktasının ve ışının algılayıcıya ulaştığı noktanın konumunu şekil üzerinde gösteriniz. Işının A noktasından algılayıcıya kadar aldığı yolun kaç birim olduğunu bulunuz ve elde ettiğiniz sonucu yorumlayınız. (10 puan)

2. Katlanır bir yelpaze açıldığında çubukları ortak bir pim etrafında eşit aralıklarla dizilir. Çubuk uçlarının konumları hesaplanırken ilişkili açıların trigonometrik değerleri arasındaki bağıntılar kullanılırsa her çubuk için ayrı hesap yapmaya gerek kalmaz. (Bu metin soru için hazırlanmıştır.)

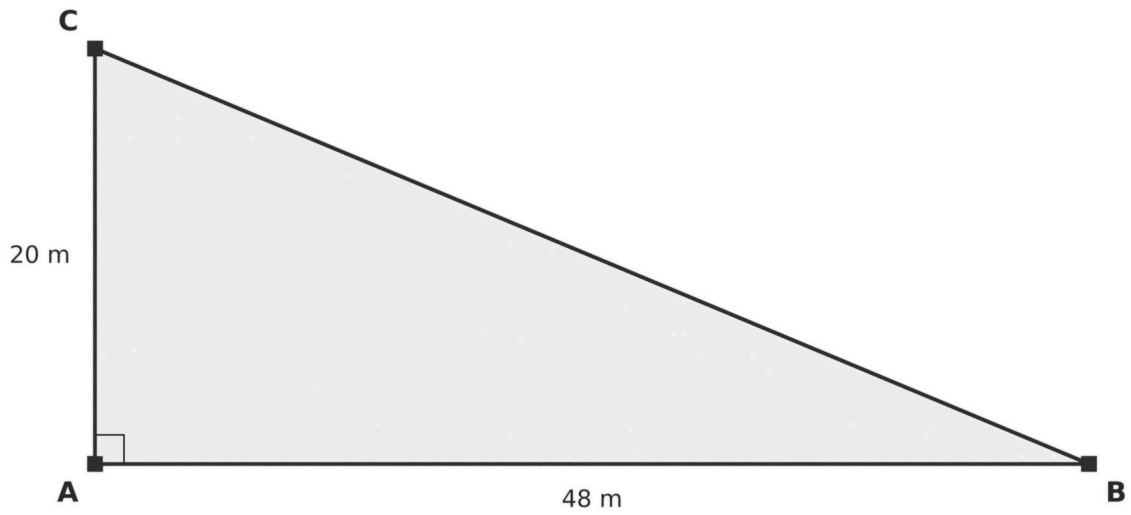
Açıldığında yarım çember biçimini alan bir yelpaze, aşağıdaki gibi dik koordinat düzleminde merkezi orijinde olan birim çemberin üst yarısı üzerinde modellenmiştir. Dış çubuklar x ekseni üzerindedir; 11 iç çubuğun uçlarına U_1, U_2, U_3, …, U_{11} boncukları takılmıştır. Boncuklar; [OU_1 ışını x ekseninin pozitif yönüyle 15° lik açı yapacak ve ardışık iki boncuğu O noktasına birleştiren ışınlar arasındaki açıların her biri 15° olacak biçimde yerleştirilmiştir.



- X: Boncukların apsisleri toplamı
- Y: Boncukların ordinatlarının kareleri toplamı
- Z: Boncukların apsislerinin kareleri toplamı

olmak üzere X değerini ve Y / Z oranını trigonometrik özdeşliklerden yararlanarak bulunuz. (15 puan)

3. Bir izci kampı, dik üçgen biçimindeki bir alana kurulacaktır. Alanın köşelerinde A, B ve C çadır grupları bulunmakta; alanın kenarları boyunca [AB], [BC] ve [AC] çitleri uzanmaktadır. m(BAC) = 90°, |AB| = 48 m ve |AC| = 20 m'dir.



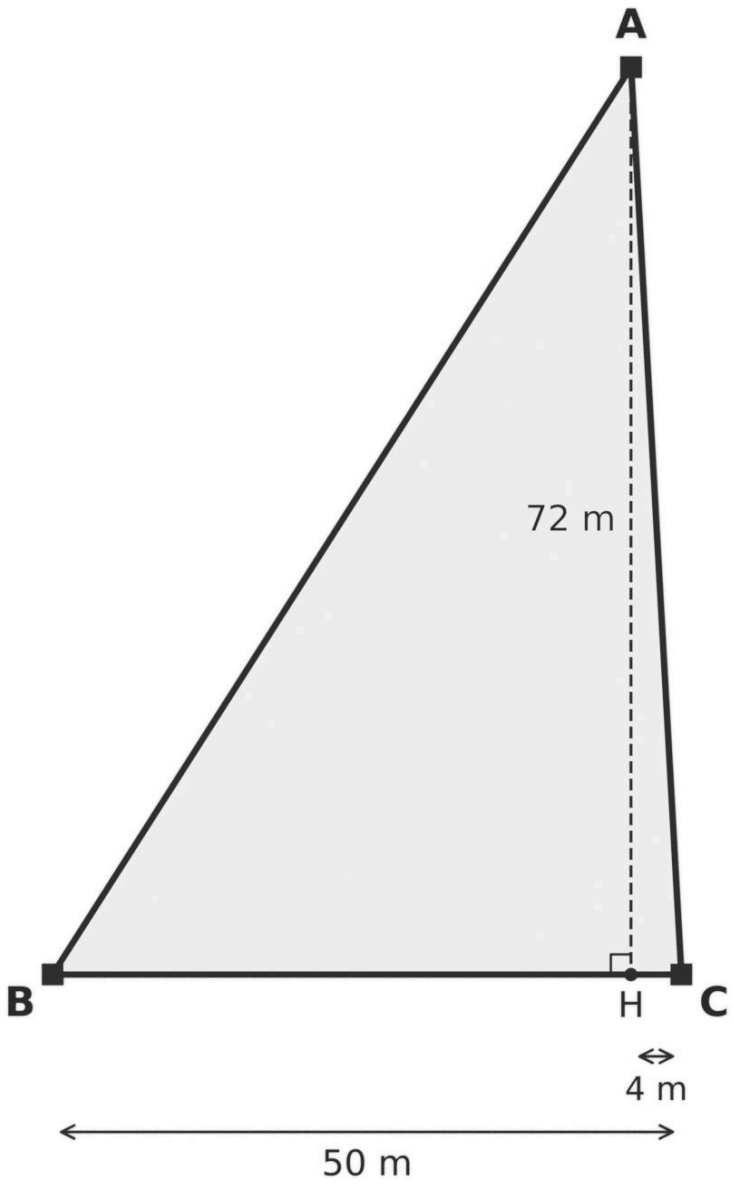
Kamp yönetimi;

- üç çadır grubuna eşit uzaklıkta olacak şekilde ilk yardım çadırını K noktasına,
- güvenlik için üç çite eşit uzaklıkta olacak şekilde kamp ateşi alanının merkezini S noktasına

yerleştirmeyi planlamaktadır. İlk yardım çadırı ile kamp ateşi alanının merkezi arasına doğrusal bir patika yapılacaktır.

Buna göre K ve S noktalarının üçgenin hangi yardımcı elemanlarının kesişim noktası olduğunu gerekçesiyle belirtiniz ve yapılacak patikanın uzunluğunun kaç metre olduğunu işlemlerinizle birlikte yazınız. (15 puan)

4. Bir zeytin üreticisi, ABC üçgeni biçimindeki zeytinliğini yeniden düzenlemektedir. Zeytinliğin A, B ve C köşelerinde birer giriş bulunmaktadır. A köşesinden [BC] kenarına çizilen dikmenin ayağı H noktası olmak üzere |AH| = 72 m, |HC| = 4 m ve |BC| = 50 m'dir. (Bu metin soru için hazırlanmıştır.)



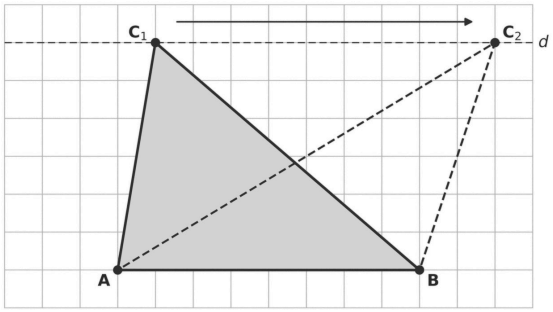
Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

4.1. Üretici önce zeytinliği A girişinden [BC] kenarına uzanan doğrusal bir toprak yolla alanları eşit iki bölüme ayırmayı düşünmüştür. Bu yolun [BC] kenarını hangi noktada kesmesi gerektiğini ve yolun üçgenin hangi yardımcı elemanı olduğunu gerekçesiyle belirtiniz. Bu yolun uzunluğunu hesaplayınız. (5 puan)

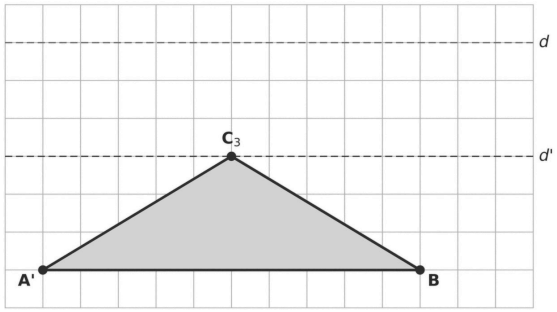
4.2. Üretici daha sonra zeytinliği üç çocuğuna eşit olarak paylaştırmak için, kenarortayların kesim noktası olan G noktasından A, B ve C girişlerine uzanan üç doğrusal tel örgüyle GBC, GCA ve GAB üçgensel bölgelerine ayırmaya karar vermiştir. Ağırlık merkezinin kenarortayı hangi oranda böldüğünü kullanarak G noktasının [BC] kenarına uzaklığını bulunuz. Üç bölgenin alanlarının eşit olduğunu gösteriniz. (7 puan)

4.3. Tel örgülerin birleştiği G noktasına bir alet barakası kurulacaktır. 4.2'deki üç tel örgünün toplam uzunluğunun kaç metre olduğunu işlemlerinizle birlikte yazınız. (8 puan)

5. Kostüm tasarımcısı Defne, bir okul gösterisinin kostümleri için üçgen biçimli kumaş parçalarını kareli kalıp kâğıdına çizmektedir. Bir parça için gereken kumaş miktarı, parçanın alanıyla belirlenmektedir. Aşağıdaki kalıp kâğıdında her bir karenin kenar uzunluğu 1 birimdir.



Şekil 1



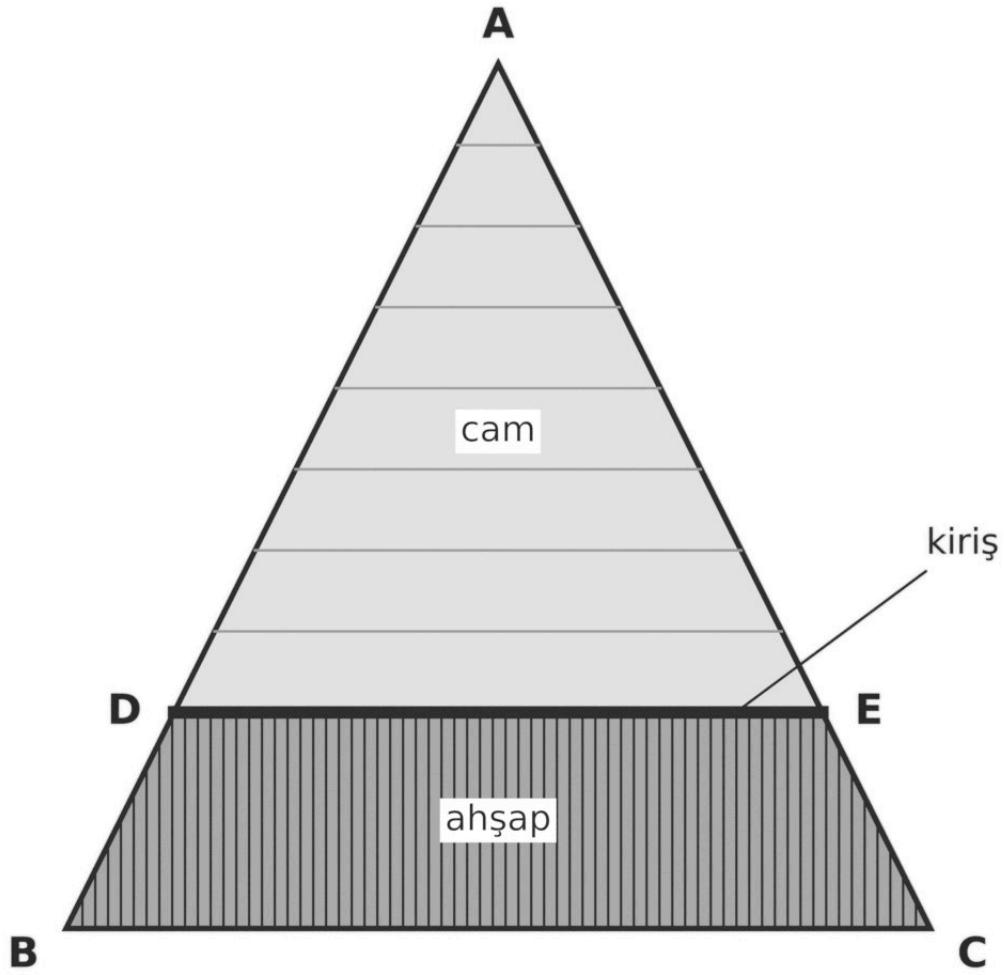
Şekil 2

Defne, Şekil 1'deki parçanın A ve B köşelerini değiştirmemiş; üçüncü köşeyi [AB] kenarına paralel olan d doğrusu üzerinde C_1 noktasından, B köşesinin sağ tarafında kalan C_2 noktasına kaydırmıştır. Şekil 1'de |AB| = 8 birimdir ve d doğrusu [AB] kenarından 6 birim uzaklıktadır.

Defne daha sonra Şekil 2'deki gibi B köşesini değiştirmeden A köşesini aynı doğrultuda 2 birim sola (A' noktasına), üçüncü köşeyi ise d doğrusunun 3 birim altındaki d' doğrusu üzerinde bulunan C_3 noktasına taşımıştır.

Buna göre üçüncü köşenin d doğrusu üzerinde kaydırılmasının ve Şekil 2'deki düzenlemenin kumaş parçasının alanını nasıl etkilediğini açıklayınız. Şekil 2'deki $A'BC_3$ üçgeninin alanının Şekil 1'deki ABC_1 üçgeninin alanına oranını bulunuz. (10 puan)

6. Bir dağ evinin ön cephesi ABC üçgeni biçimindedir. Cephe, [BC] kenarına paralel olan [DE] ahşap kirişiyle iki bölüme ayrılmıştır. D noktası [AB] kenarı, E noktası [AC] kenarı üzerindedir. Kirişin üstündeki bölüm camla, altındaki bölüm ahşapla kaplanacaktır. |AD| = 3 · |DB| ve cephenin alanı 32 m²'dir.



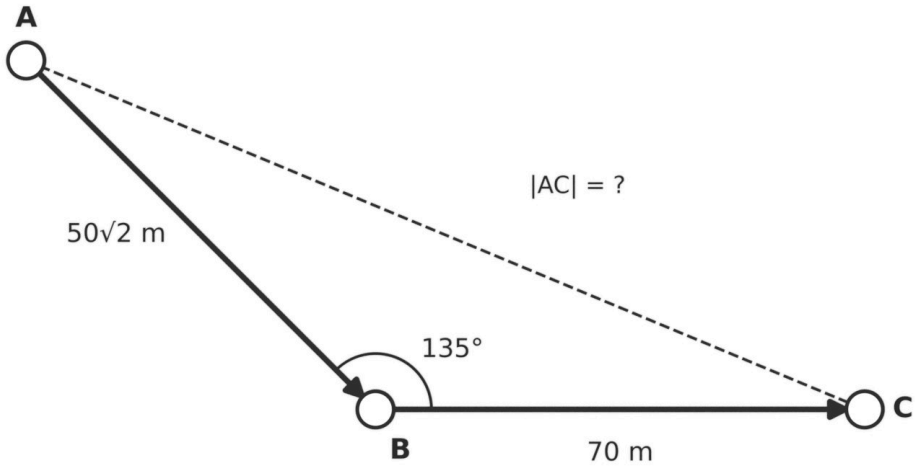
Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

6.1. ADE ve ABC üçgenlerinin benzer olduğunu gerekçesiyle gösteriniz ve benzerlik oranını yazınız. (3 puan)

6.2. Camla kaplanacak ADE üçgensel bölgesinin ve ahşapla kaplanacak DBCE dörtgensel bölgesinin alanlarını bulunuz. (5 puan)

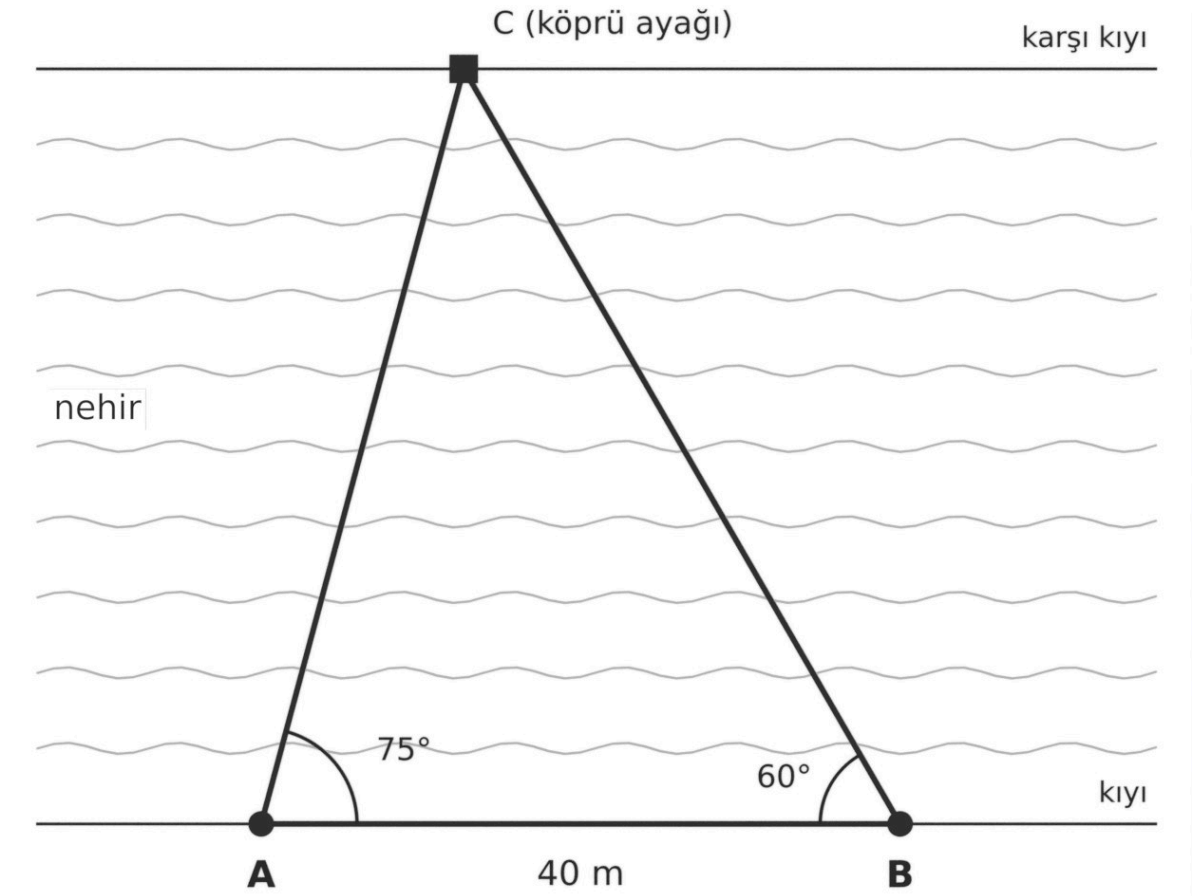
6.3. Kiriş, [BC] kenarına paralel kalacak ve A köşesine yaklaşacak biçimde yukarı kaydırılırsa camla kaplanacak ADE bölgesinin alanının nasıl değişeceğini açıklayınız. (2 puan)

7. Bir doğa belgeseli çekiminde kullanılan kamera dronu, havalandıktan sonra yere paralel bir düzlemde uçmaktadır. Dron, bu düzlemdeki A noktasından doğrusal bir yol boyunca $50\sqrt{2}$ m uçarak B noktasına ulaşmış; burada yön değiştirip doğrusal bir yol boyunca 70 m daha uçarak C noktasına varmıştır. Dronun iki yolu arasındaki açı m(ABC) = 135°'dir.



Buna göre dronun C noktasından A noktasına doğrusal bir yolla dönmesi için uçması gereken uzaklığın kaç metre olduğunu kosinüs teoremini kullanarak bulunuz. Bulduğunuz sonucu, A noktasından CB doğrusuna dikme çizerek Pisagor teoremi yardımıyla doğrulayınız. (10 puan)

8. Bir nehir üzerine yaya köprüsü yapılacaktır. Mühendisler, nehrin aynı kıyısındaki A ve B ölçüm noktaları arasındaki uzaklığı 40 m olarak ölçmüştür. Karşı kıyıda köprü ayağının yapılacağı C noktası için A noktasından yapılan ölçümde m(CAB) = 75°, B noktasından yapılan ölçümde m(ABC) = 60° bulunmuştur.



Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

8.1. ABC üçgeninin alanını sinüslü alan bağıntısıyla iki farklı biçimde yazarak |AC| / sinB = |AB| / sinC eşitliğini (sinüs teoremini) doğrulayınız. (4 puan)

8.2. A ölçüm noktasının köprü ayağına (C noktasına) uzaklığının kaç metre olduğunu bulunuz. (6 puan)

ÖĞRENME ÇIKTILARI VE BECERİLER

SORU NO	ÖĞRENME ÇIKTISI	BECERİLER
1	MAT.10.1.1. Dik üçgende trigonometrik oranlara (sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant) ve trigonometrik özdeşliklere ilişkin çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.10. Çıkarım Yapma)
2	MAT.10.1.1. Dik üçgende trigonometrik oranlara (sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant) ve trigonometrik özdeşliklere ilişkin çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme; MAB2. Matematiksel Problem Çözme (MAB2.1. Matematiksel Çözümler Geliştirme)
3	MAT.10.1.2. Üçgenin yardımcı elemanlarının özellikleri ile ilgili çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.4. Çözümleme)
4	MAT.10.1.2. Üçgenin yardımcı elemanlarının özellikleri ile ilgili çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.10. Çıkarım Yapma); MAB2. Matematiksel Problem Çözme
5	MAT.10.1.3. Üçgenin bir kenarı ve o kenara ait yüksekliğinin değişimine bağlı olarak alanının değişimine ilişkin çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.14. Yorumlama)
6	MAT.10.1.3. Üçgenin bir kenarı ve o kenara ait yüksekliğinin değişimine bağlı olarak alanının değişimine ilişkin çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.14. Yorumlama)
7	MAT.10.1.4. Sinüs ve kosinüs teoremlerini doğrulayabilme veya ispatlayabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (MAB1.1. Matematiksel Doğrulama veya İspat Yapma); MAB2. Matematiksel Problem Çözme
8	MAT.10.1.4. Sinüs ve kosinüs teoremlerini doğrulayabilme veya ispatlayabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (MAB1.1. Matematiksel Doğrulama veya İspat Yapma); MAB2. Matematiksel Problem Çözme

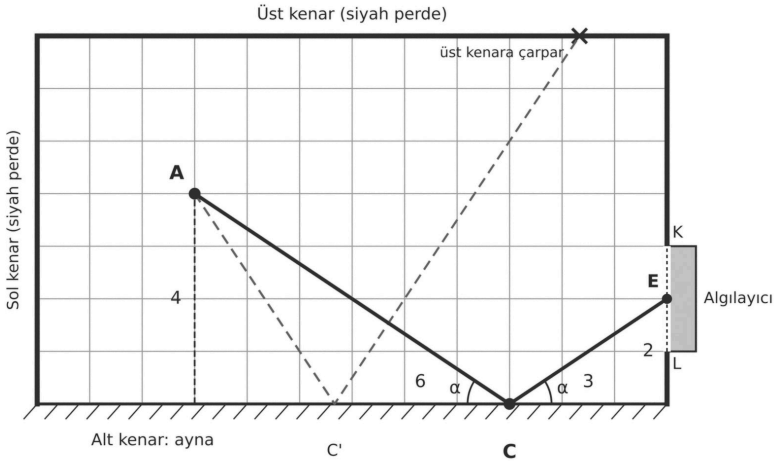
PUANLAMA TABLOSU								
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**TOPLAM**
10	*15*	*15*	*20*	*10*	*10*	*10*	*10*	***100***

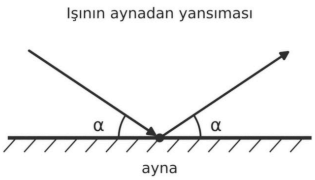
Bu sınav, 2026-2027 eğitim öğretim yılı 1. dönem konu-soru dağılım tablosundaki 1. ortak yazılı **Senaryo 4** dağılımına göre, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli 10. sınıf öğretim programı esas alınarak hazırlanmıştır. Bu kâğıt, aynı senaryonun 2. sürümüdür: öğrenme çıktıları, soru sayısı ve puanlar 1. sürümle aynı, sorular farklıdır. Hazırlayan: Murat Altun. Bu sorular Claude tarafından hazırlanmıştır. Millî Eğitim Bakanlığının resmî yayını değildir; görseller Blender ile oluşturulmuştur.

ÇÖZÜMLER

1. Doğru cevap:

- tanα + cotα = sinα/cosα + cosα/sinα = (sin²α + cos²α) / (sinα · cosα) = 1 / (sinα · cosα) yazarak sinα · cosα = 6/13 bulma; (sinα + cosα)² = 1 + 2 · 6/13 = 25/13 ve (sinα − cosα)² = 1 − 2 · 6/13 = 1/13 eşitliklerini yazma; α dar açı olduğundan sinα + cosα = 5/√13 ve sinα − cosα = 1/√13 ya da −1/√13 sonucuna ulaşma **(3 puan)**. (tanα · cotα = 1 özdeşliğinden cotα = 1/tanα yazıp tanα + 1/tanα = 13/6, yani 6tan²α − 13tanα + 6 = 0 denklemini kurarak tanα = 3/2 ya da tanα = 2/3 sonucuna ulaşan öğrenci de tam puan alır.)
- İki durumu belirleme: sinα = 3/√13 ve cosα = 2/√13 (tanα = 3/2) ya da sinα = 2/√13 ve cosα = 3/√13 (tanα = 2/3) **(1 puan)**
- tanα = 3/2 durumunu inceleyip reddetme: Işın 4 birim alçalırken yatayda 4 ÷ (3/2) = 8/3 birim ilerler ve sol kenardan 17/3 ≈ 5,67 birim uzaklıktaki C' noktasında aynaya çarpar. Yansıdıktan sonra 7 birim yükselmek için yatayda 7 ÷ (3/2) = 14/3 birim ilerlemesi gerekir; sol kenardan 31/3 ≈ 10,33 birim uzaklıkta üst kenara çarpar, yani sağ kenara ulaşmadan soğurulur. Bu durum verilen koşula aykırıdır **(2 puan)**
- tanα = 2/3 durumunu inceleme: Işın 4 birim alçalırken yatayda 4 ÷ (2/3) = 6 birim ilerler; C noktası ayna üzerinde sol kenardan 9 birim uzaklıktaki kare köşesidir. Yansıdıktan sonra sağ kenara kadar yatayda 3 birim ilerlerken 3 · (2/3) = 2 birim yükselir ve algılayıcıya aynadan 2 birim yükseklikteki E noktasından (K ile L'nin tam ortası) ulaşır, üst kenara değmez. C ve E noktalarını şekil üzerinde gösterme **(2 puan)**
- Yolu hesaplama ve yorumlama: |AC| = 4 ÷ sinα = 4 ÷ (2/√13) = 2√13 birim (ya da √(6² + 4²) = √52 = 2√13), |CE| = 2 ÷ (2/√13) = √13 birim, toplam yol 3√13 ≈ 10,8 birim; verilen tanα + cotα değerinin iki farklı açı ölçüsüne karşılık geldiği, bu açılardan yalnızca tanα = 2/3 olanın tek yansımayla algılayıcıya ulaşma koşulunu sağladığı yorumunu yapma **(2 puan)**





Örnek doğru cevap: tanα + cotα = sinα/cosα + cosα/sinα = (sin²α + cos²α) / (sinα · cosα) = 1 / (sinα · cosα) olduğundan sinα · cosα = 6/13 olur. (sinα + cosα)² = sin²α + cos²α + 2sinα · cosα = 1 + 12/13 = 25/13 ve sinα + cosα = 5/√13 olur. Benzer şekilde (sinα − cosα)² = 1 − 12/13 = 1/13 ve sinα − cosα = ±1/√13 olur. Buradan sinα = 3/√13, cosα = 2/√13 ya da sinα = 2/√13, cosα = 3/√13 bulunur; yani tanα = 3/2 ya da tanα = 2/3 olabilir. tanα = 3/2 ise ışın A noktasından aynaya 4 birim inerken yatayda 8/3 birim ilerler, sol kenardan yaklaşık 5,67 birim uzakta aynaya çarpar ve yükselirken sol kenardan yaklaşık 10,33 birim uzakta üst kenara çarpar; ışın algılayıcıya ulaşamayacağı için bu durum olamaz. tanα = 2/3 ise ışın yatayda 6 birim ilerleyip sol kenardan 9 birim uzaklıktaki C noktasında aynaya çarpar; ardından

yatayda 3 birim ilerlerken 2 birim yükselerek algılayıcıya aynadan 2 birim yükseklikteki E noktasından ulaşır. sinα = 2/√13 olduğundan |AC| = 4 ÷ (2/√13) = 2√13 birim, |CE| = 2 ÷ (2/√13) = √13 birimdir. Işının aldığı yol 2√13 + √13 = 3√13 ≈ 10,8 birimdir. Verilen tanα + cotα değeri iki farklı α açısına karşılık gelse de ışının aynaya bir kez çarpıp algılayıcıya ulaşması koşulu yalnızca tanα = 2/3 durumunda sağlanmaktadır.

Yanlış cevap: sinα ve cosα değerlerini deneme yanılma ile tahmin edip hiçbir özdeşlik kullanmadan yazan, iki durumdan yalnızca birini bulup diğerini incelemeyen veya tanα = 3/2 durumunu reddetmeden iki farklı C noktası öneren cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz. Yolu 3√13 birimden farklı bulan veya C noktasını ayna üzerinde sol kenardan 9 birim uzaklıktaki köşeden farklı bir yerde gösteren cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

2. Doğru cevap:

- Birim çember üzerindeki k. boncuğun (k = 1, 2, …, 11) koordinatlarının (cos(15k°), sin(15k°)) olduğunu belirtme **(2 puan)**
- Birbirini 180° ye tamamlayan açılar için birim çemberdeki simetriden cos(180° − x) = −cosx ve sin(180° − x) = sinx olduğunu belirtme (U_1 ile U_{11}, U_2 ile U_{10}, …, U_5 ile U_7 boncukları y eksenine göre simetriktir.) **(2 puan)**
- X = (cos15° + cos165°) + (cos30° + cos150°) + … + (cos75° + cos105°) + cos90° = 0 + 0 + … + 0 + 0 = 0 bulma **(3 puan)**
- Y = 2 · (sin²15° + sin²30° + sin²45° + sin²60° + sin²75°) + sin²90° yazma; birbirini 90° ye tamamlayan açılarda sin75° = cos15°, sin60° = cos30°, sin45° = cos45° olduğundan sin²15° + sin²75° = 1, sin²30° + sin²60° = 1 ve 2 · sin²45° = sin²45° + cos²45° = 1 eşitliklerini kullanarak Y = 2 · (1 + 1 + 1/2) + 1 = 6 bulma **(4 puan)**
- Her boncuk için sin²x + cos²x = 1 olduğundan Y + Z = 11 ve Z = 11 − 6 = 5 bulma (ya da Z değerini benzer eşlemelerle doğrudan hesaplama) **(3 puan)**
- Y / Z = 6/5 sonucunu yazma **(1 puan)**

Örnek doğru cevap: Birim çemberde bir açının bitim kolunun çemberi kestiği noktanın apsisi o açının kosinüsü, ordinatı sinüsüdür. Bu nedenle k. boncuğun koordinatları (cos(15k°), sin(15k°)) olur. U_1 ile U_{11}, U_2 ile U_{10}, … boncukları y eksenine göre simetrik olduğundan cos165° = −cos15°, cos150° = −cos30°, … ve sin165° = sin15°, sin150° = sin30°, … olur. X = (cos15° + cos165°) + (cos30° + cos150°) + … + (cos75° + cos105°) + cos90° = 0 bulunur. Y = sin²15° + … + sin²165° = 2 · (sin²15° + sin²30° + sin²45° + sin²60° + sin²75°) + sin²90° olur. sin75° = cos15°, sin60° = cos30° ve sin45° = cos45° olduğundan (sin²15° + cos²15°) + (sin²30° + cos²30°) = 2 ve sin²45° = 1/2 bulunur. Buradan Y = 2 · (2 + 1/2) + 1 = 6 olur. Her boncuk için sin² + cos² = 1 olduğundan 11 boncuk için Y + Z = 11, Z = 5 bulunur. Sonuç olarak X = 0 ve Y / Z = 6/5 olur.

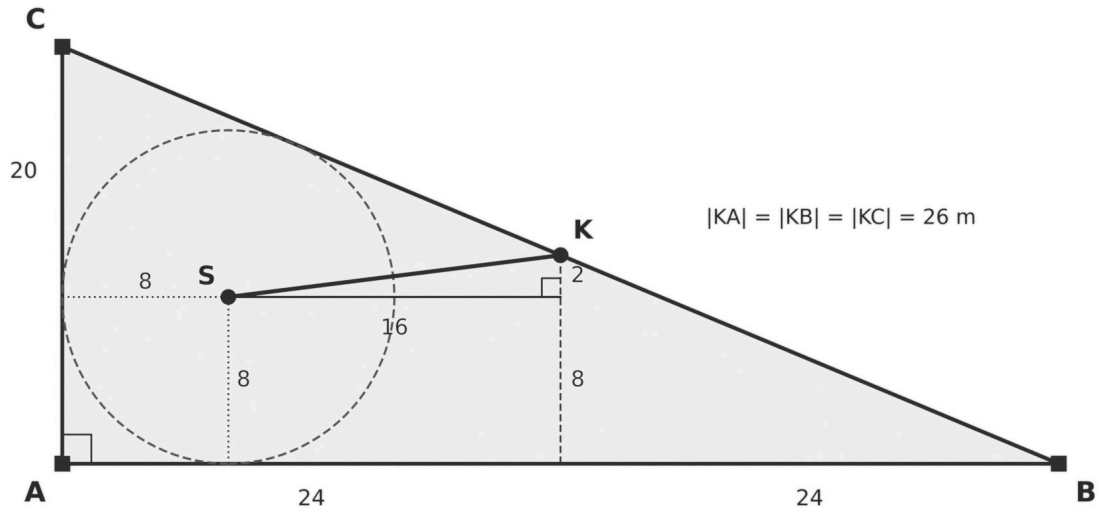
Yanlış cevap: cos165° = cos15° gibi işaret hatası yaparak X değerini 0 dışında bulan, sin²90° terimini unutarak Y = 5 bulan, sin²45° terimini eşleyemeyip yanlış hesaplayan, Y ile Z değerlerini eşit kabul ederek Y / Z = 1 yazan veya değerleri yalnızca hesap makinesiyle bulup hiçbir özdeşliğe dayandırmayan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

3. Doğru cevap:

- K noktasının üç köşeye eşit uzaklıkta olduğu için kenar orta dikmelerin kesim noktası (çevrel çemberin merkezi) olduğunu belirtme; dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu hipotenüs uzunluğunun yarısına eşit olduğundan K noktasının [BC] hipotenüsünün orta noktası olduğu

sonucuna ulaşma **(3 puan)**

- $|BC|^2 = 48^2 + 20^2 = 2704$, $|BC| = 52$ m ve $|KA| = |KB| = |KC| = 26$ m bulma; K noktasının [AB] kenarına uzaklığının $20 \div 2 = 10$ m, [AC] kenarına uzaklığının $48 \div 2 = 24$ m olduğunu belirleme **(2 puan)**
- S noktasının üç kenara eşit uzaklıkta olduğu için iç açıortayların kesim noktası (iç teğet çemberin merkezi) olduğunu belirtme **(2 puan)**
- S noktasının kenarlara uzaklığını r alarak $A(ABC) = A(SAB) + A(SBC) + A(SAC)$ eşitliğinden $\frac{1}{2} \cdot 48 \cdot 20 = \frac{1}{2} \cdot r \cdot (48 + 52 + 20)$, $480 = 60r$ ve $r = 8$ m bulma **(3 puan)**. (r değerini teğet parçalarının eşitliğinden $r = (48 + 20 - 52) \div 2 = 8$ m olarak bulan öğrenci de tam puan alır.)
- S noktasının [AB] ve [AC] kenarlarına uzaklığının 8 m olduğunu kullanarak S ile K arasındaki [AB] kenarına paralel doğrultudaki farkı $24 - 8 = 16$ m ve [AC] kenarına paralel doğrultudaki farkı $10 - 8 = 2$ m olarak belirleme **(2 puan)**
- Oluşan dik üçgende Pisagor teoremiyle $|SK|^2 = 16^2 + 2^2 = 260$ ve $|SK| = 2\sqrt{65}$ m (yaklaşık 16,1 m) bulma **(3 puan)**



Örnek doğru cevap: İlk yardım çadırı üç çadır grubuna, yani üçgenin üç köşesine eşit uzaklıkta olacağından K noktası kenar orta dikmelerin kesim noktası, yani çevrel çemberin merkezidir. Dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu hipotenüsün yarısı olduğundan [BC] kenarının orta noktası A, B ve C köşelerine eşit uzaklıktadır; K, [BC] kenarının orta noktasıdır. $|BC|^2 = 48^2 + 20^2 = 2304 + 400 = 2704$ olduğundan $|BC| = 52$ m ve $|KA| = |KB| = |KC| = 26$ m'dir. K orta nokta olduğundan [AB] kenarına uzaklığı 10 m, [AC] kenarına uzaklığı 24 m'dir. Kamp ateşi alanının merkezi üç çite, yani üçgenin üç kenarına eşit uzaklıkta olacağından S noktası iç açıortayların kesim noktası, yani iç teğet çemberin merkezidir. S noktasının kenarlara uzaklığı r olsun. $A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot 48 \cdot 20 = 480$ m² ve $A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot r \cdot 48 + \frac{1}{2} \cdot r \cdot 52 + \frac{1}{2} \cdot r \cdot 20 = 60r$ olduğundan $r = 8$ m'dir. S noktası [AB] ve [AC] kenarlarına 8 m uzaklıktadır. S ile K arasında [AB] kenarına paralel doğrultuda $24 - 8 = 16$ m, [AC] kenarına paralel doğrultuda $10 - 8 = 2$ m fark vardır. $|SK|^2 = 16^2 + 2^2 = 260$ olduğundan patikanın uzunluğu $|SK| = 2\sqrt{65}$ m ≈ 16,1 m'dir.

Yanlış cevap: K noktasını ağırlık merkezi veya yüksekliklerin kesim noktası olarak, S noktasını kenar orta dikmelerin kesim noktası olarak belirleyen; iç teğet çemberin yarıçapını 8 m'den farklı bulan veya patikanın uzunluğunu $2\sqrt{65}$ m'den farklı bulan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

4. Doğru cevap:

4.1. **(5 puan)**

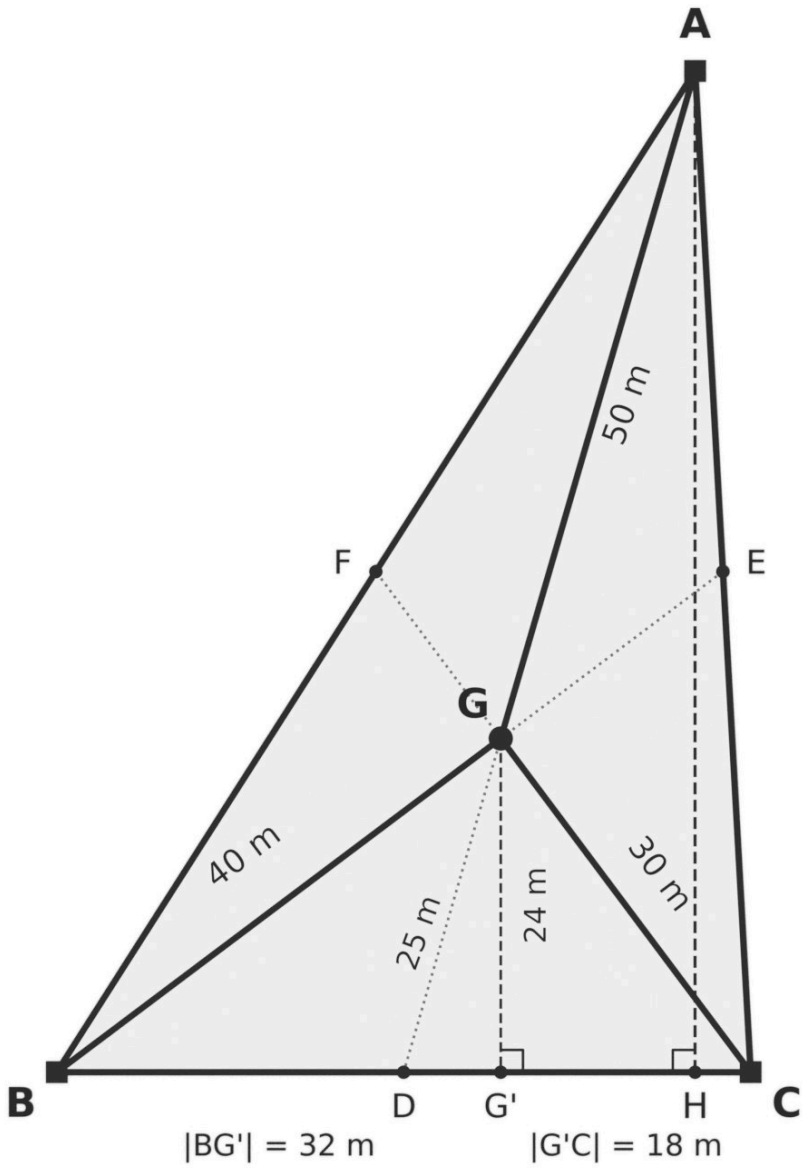
- Yolun [BC] kenarını kestiği nokta D olmak üzere ABD ve ADC üçgenlerinin [BD] ve [DC] tabanlarına ait yüksekliklerinin ortak (|AH| = 72 m) olduğunu, bu nedenle alanların eşit olması için tabanların eşit olması gerektiğini belirterek D noktasının [BC] kenarının orta noktası olduğunu (|BD| = |DC| = 25 m) bulma **(2 puan)**
- Yolun A köşesine ait [AD] kenarortayı olduğunu belirtme **(1 puan)**
- |HD| = 25 − 4 = 21 m bulup AHD dik üçgeninde $|AD|^2 = 72^2 + 21^2 = 5625$ ve |AD| = 75 m bulma **(2 puan)**

4.2. **(7 puan)**

- Ağırlık merkezinin kenarortayı köşeden itibaren 2 : 1 oranında böldüğünü kullanarak |AG| = 50 m ve |GD| = 25 m bulma **(2 puan)**
- G noktasından [BC] kenarına [GG'] dikmesini çizerek DG'G ve DHA üçgenlerinin benzerliğinden (ya da temel orantı teoreminden) |GG'| / |AH| = |GD| / |AD| = 1/3 yazma ve |GG'| = 24 m bulma **(2 puan)**
- $A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 72 = 1800$ m² ve $A(GBC) = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 24 = 600$ m² bulup A(GBC) = A(ABC) / 3 olduğunu belirtme **(1 puan)**
- D orta nokta olduğundan A(ABD) = A(ADC) = 900 m² ve A(GBD) = A(GDC) = 300 m² olduğunu belirterek A(GAB) = 900 − 300 = 600 m², A(GCA) = 900 − 300 = 600 m² bulma ve üç bölgenin alanlarının eşit olduğu sonucuna ulaşma **(2 puan)**. (G noktasının diğer kenarortayları da 2 : 1 oranında böldüğünü kullanarak G'nin [CA] ve [AB] kenarlarına uzaklığının ilgili yüksekliklerin üçte biri olduğunu gösteren öğrenci de tam puan alır.)

4.3. **(8 puan)**

- |GA| = 50 m olduğunu belirtme **(1 puan)**
- G' noktasının konumunu belirleme: AHD üçgeninde [GG'] // [AH] olduğundan |HG'| / |HD| = |AG| / |AD| = 2/3, |HG'| = 14 m, |G'C| = 4 + 14 = 18 m ve |BG'| = 50 − 18 = 32 m bulma **(3 puan)**
- BG'G dik üçgeninde $|GB|^2 = 32^2 + 24^2 = 1600$ ve |GB| = 40 m bulma **(2 puan)**
- CG'G dik üçgeninde $|GC|^2 = 18^2 + 24^2 = 900$ ve |GC| = 30 m bulma **(1 puan)**
- Tel örgünün toplam uzunluğunu 50 + 40 + 30 = 120 m bulma **(1 puan)**



Örnek doğru cevap: 4.1. Yol [BC] kenarını D noktasında kessin. ABD ve ADC üçgenlerinin [BC] üzerindeki tabanlarına ait yükseklikleri aynıdır ve |AH| = 72 m'dir. Bu üçgenlerin alanlarının eşit olması için tabanları eşit olmalıdır: |BD| = |DC| = 50 ÷ 2 = 25 m. Yani yol, [BC] kenarının orta noktasından geçen [AD] kenarortayıdır. |HD| = |DC| − |HC| = 25 − 4 = 21 m olduğundan AHD dik üçgeninde $|AD|^2 = 72^2 + 21^2 = 5184 + 441 = 5625$ ve |AD| = 75 m'dir. 4.2. Kenarortayların kesim noktası G ağırlık merkezidir ve her kenarortayı köşeden itibaren 2 : 1 oranında böler. Buna göre |AG| = 50 m, |GD| = 25 m'dir. G noktasından [BC] kenarına [GG'] dikmesi çizilirse [GG'] // [AH] olur ve DG'G ile DHA üçgenleri benzerdir. |GG'| / |AH| = |GD| / |AD| = 25/75 = 1/3 olduğundan |GG'| = 72 ÷ 3 = 24 m'dir. A(ABC) = ½ · 50 · 72 = 1800 m² ve A(GBC) = ½ · 50 · 24 = 600 m²'dir; bu değer 1800 m²'nin üçte biridir. D orta nokta olduğundan ABD ve ADC üçgenlerinin alanları 900 m², GBD ve GDC üçgenlerinin alanları da 300 m²'dir (ortak yükseklik |GG'|, eşit tabanlar). Buradan A(GAB) = 900 − 300 = 600 m² ve A(GCA) = 900 − 300 = 600 m² olur. Üç bölgenin her birinin alanı 600 m²'dir. 4.3. |GA| = |AG| = 50 m'dir. [GG'] // [AH] olduğundan |HG'| / |HD| = |AG| / |AD| = 2/3 ve |HG'| = 14 m'dir. Buna göre |G'C| = 4 + 14 = 18 m, |BG'| = 50 − 18 = 32 m'dir. BG'G dik üçgeninde $|GB|^2 = 32^2 + 24^2 = 1600$ ve |GB| = 40 m; CG'G dik üçgeninde $|GC|^2 = 18^2 + 24^2 = 900$ ve |GC| = 30 m'dir. Kullanılacak tel örgünün toplam uzunluğu 50 + 40 + 30 = 120 m'dir.

Yanlış cevap: 4.1'de yolun [BC] kenarına dik olan [AH] yüksekliği olması gerektiğini söyleyen (yükseklik ile kenarortayı karıştıran) veya |AD| uzunluğunu 75 m'den farklı bulan; 4.2'de G noktasını kenarortayın orta noktası kabul eden, G'nin [BC] kenarına uzaklığını 72 ÷ 2 = 36 m bulan ya da G'yi açıortayların veya kenar orta dikmelerin kesim noktası olarak düşünen; 4.3'te G' noktasını [BC] kenarının orta noktası kabul ederek |GB| ve |GC| uzunluklarını hesaplayan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

5. Doğru cevap:

- ABC_1 ve ABC_2 üçgenlerinin [AB] tabanının ortak olduğunu, C_1 ve C_2 noktaları [AB] kenarına paralel d doğrusu üzerinde bulunduğundan [AB] kenarına ait yüksekliklerin eşit (6 birim) olduğunu belirtme (ABC_2 üçgeninde bu yüksekliğin ayağı [AB] kenarının uzantısı üzerindedir.) **(2 puan)**
- $A(ABC_1) = A(ABC_2) = ½ \cdot 8 \cdot 6 = 24$ birimkare bulma ve üçüncü köşe d doğrusu üzerinde nereye kaydırılırsa kaydırılsın alanın değişmeyeceği sonucuna ulaşma **(2 puan)**
- Şekil 2'de taban uzunluğunun 8 + 2 = 10 birim, yüksekliğin 6 − 3 = 3 birim olduğunu belirleyerek $A(A'BC_3) = ½ \cdot 10 \cdot 3 = 15$ birimkare bulma **(2 puan)**
- $A(A'BC_3) / A(ABC_1) = 15 / 24 = 5/8$ oranını bulma **(2 puan)**
- Taban uzunluğunun 5/4 katına çıktığını (%25 arttığını), yüksekliğin 1/2 katına indiğini (%50 azaldığını), alan taban ile o tabana ait yüksekliğin çarpımıyla orantılı olduğundan alanın (5/4) · (1/2) = 5/8 katına indiğini (%37,5 azaldığını) ve tabandaki artışın yükseklikteki azalmayı karşılamadığını yorumlama **(2 puan)**

Örnek doğru cevap: Şekil 1'de ABC_1 ve ABC_2 üçgenlerinin tabanı [AB] kenarıdır. C_1 ve C_2 noktaları [AB] kenarına paralel olan d doğrusu üzerinde olduğundan bu noktaların [AB] doğrusuna uzaklıkları, yani [AB] kenarına ait yükseklikler 6 birimdir. C_2 noktası B köşesinin ötesinde olduğundan ABC_2 üçgeninde bu yüksekliğin ayağı [AB] kenarının uzantısına düşer, ancak yüksekliğin uzunluğu değişmez. $A(ABC_1) = A(ABC_2) = ½ \cdot 8 \cdot 6 = 24$ birimkaredir. Taban ve o tabana ait yükseklik değişmediği için üçüncü köşe d doğrusu üzerinde nereye kaydırılırsa kaydırılsın alan, yani gereken kumaş miktarı değişmez. Şekil 2'de taban |A'B| = 10 birim, yükseklik 3 birim olduğundan $A(A'BC_3) = ½ \cdot 10 \cdot 3 = 15$ birimkaredir. İstenen oran 15 / 24 = 5/8'dir. Taban 8 birimden 10 birime çıkarak 5/4 katına, yükseklik 6 birimden 3 birime inerek 1/2 katına değişmiştir. Üçgenin alanı taban ile yüksekliğin çarpımıyla orantılı olduğundan alan (5/4) · (1/2) = 5/8 katına iner. Taban uzasa da yükseklik yarıya indiği için parçanın alanı %37,5 azalır.

Yanlış cevap: Üçüncü köşe kaydırıldığında üçgenin biçimi değiştiği veya yükseklik üçgenin dışına düştüğü için alanın da değiştiğini öne süren; Şekil 2'de tabanın arttığını görüp yüksekliğin azaldığını dikkate almadan alanın arttığını söyleyen veya alan oranını 5/8'den farklı bulan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

6. Doğru cevap:

6.1. **(3 puan)**

- [DE] // [BC] olduğundan m(ADE) = m(ABC) ve m(AED) = m(ACB) (yöndeş açılar) olduğunu, A açısının ortak olduğunu belirterek Açı-Açı benzerliğinden ADE ve ABC üçgenlerinin benzer olduğunu gösterme **(2 puan)**
- |AD| = 3k, |DB| = k alarak benzerlik oranını |AD| / |AB| = 3k / 4k = 3/4 bulma **(1 puan)**

6.2. **(5 puan)**

- Benzer üçgenlerin alanları oranının benzerlik oranının karesine eşit olduğunu kullanarak A(ADE) / A(ABC) = (3/4)² = 9/16 yazma **(2 puan)**
- A(ADE) = 32 · 9/16 = 18 m² bulma **(2 puan)**
- A(DBCE) = 32 − 18 = 14 m² bulma **(1 puan)**

6.3. **(2 puan)**

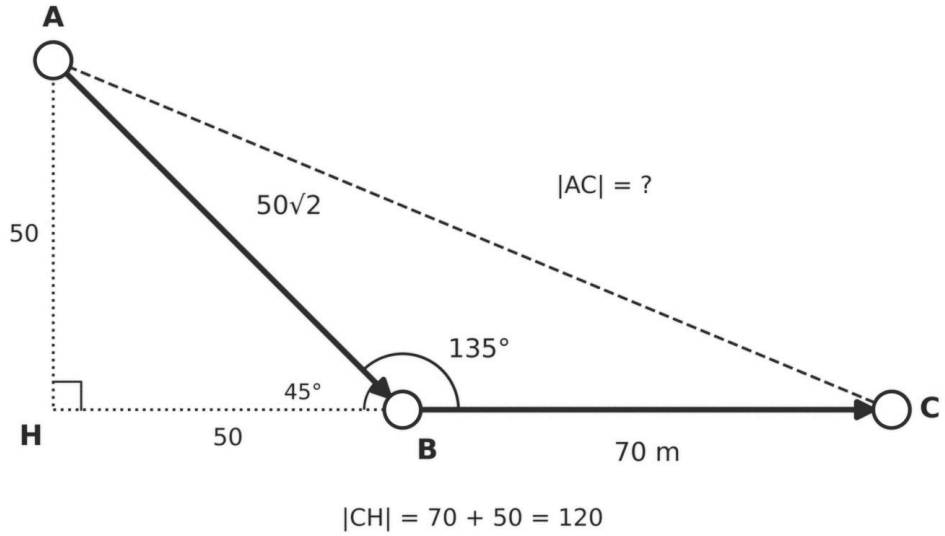
- Kiriş A köşesine yaklaştıkça benzerlik oranının küçüldüğünü, ADE üçgeninin [DE] tabanının ve A köşesinden bu tabana olan yüksekliğin aynı oranda azaldığını, bu nedenle alanın benzerlik oranının karesiyle orantılı olarak azaldığını ve kiriş A köşesine yaklaştıkça cam bölümün alanının 0'a yaklaştığını açıklama **(2 puan)**

Örnek doğru cevap: 6.1. [DE] // [BC] olduğundan yöndeş açılar eşittir: m(ADE) = m(ABC) ve m(AED) = m(ACB). A açısı iki üçgende ortaktır. Açı-Açı benzerliğinden ADE ve ABC üçgenleri benzerdir. |AD| = 3k ise |DB| = k ve |AB| = 4k olduğundan benzerlik oranı |AD| / |AB| = 3/4'tür. 6.2. Benzer üçgenlerde hem tabanlar hem de bu tabanlara ait yükseklikler benzerlik oranıyla orantılıdır. Bu nedenle alanlar oranı benzerlik oranının karesidir: A(ADE) / A(ABC) = (3/4)² = 9/16. A(ADE) = 32 · 9/16 = 18 m², A(DBCE) = 32 − 18 = 14 m² bulunur. 6.3. Kiriş A köşesine yaklaştıkça benzerlik oranı küçülür; [DE] tabanı ile A köşesinden [DE] kenarına olan yükseklik aynı oranda azalır. Alan, taban ile yüksekliğin çarpımıyla orantılı olduğundan benzerlik oranının karesiyle orantılı olarak azalır. Örneğin benzerlik oranı yarıya inerse cam bölümün alanı dörtte birine iner. Kiriş A köşesine yaklaştıkça cam bölümün alanı 0'a yaklaşır.

Yanlış cevap: 6.1'de benzerliği gerekçe göstermeden kabul eden ya da benzerlik oranını |AD| / |DB| = 3 olarak yazan; 6.2'de alan oranını benzerlik oranına eşit alarak A(ADE) = 24 m² bulan; 6.3'te kiriş kaydırıldığında alanın değişmeyeceğini veya alanın benzerlik oranıyla doğru orantılı azaldığını söyleyen cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

7. Doğru cevap:

- ABC üçgeninde kosinüs teoremini $|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 - 2 \cdot |AB| \cdot |BC| \cdot \cos(ABC)$ biçiminde yazma **(2 puan)**
- Birim çemberden ya da bütünler açı ilişkisinden $\cos135° = -\cos45° = -\sqrt{2}/2$ olduğunu belirtme **(2 puan)**
- $|AC|^2 = (50\sqrt{2})^2 + 70^2 - 2 \cdot 50\sqrt{2} \cdot 70 \cdot (-\sqrt{2}/2) = 5000 + 4900 + 7000 = 16\,900$ ve $|AC| = 130$ m bulma **(2 puan)**
- A noktasından CB doğrusuna [AH] dikmesini çizme; H noktasının [CB] doğru parçasının B tarafındaki uzantısında olduğunu ve $m(ABH) = 180° - 135° = 45°$ olduğunu belirleme; ABH $(45° - 45° - 90°)$ üçgeninde $|BH| = 50\sqrt{2} \cdot \cos45° = 50$ m ve $|AH| = 50\sqrt{2} \cdot \sin45° = 50$ m bulma **(2 puan)**
- AHC dik üçgeninde $|CH| = 70 + 50 = 120$ m alarak $|AC|^2 = 120^2 + 50^2 = 14\,400 + 2500 = 16\,900$ ve $|AC| = 130$ m bulma; iki yöntemin aynı sonucu verdiğini belirtme **(2 puan)**



Örnek doğru cevap: Kosinüs teoremine göre $|AC|^2 = (50\sqrt{2})^2 + 70^2 - 2 \cdot 50\sqrt{2} \cdot 70 \cdot \cos135°$ olur. Birim çemberde 135° lik açının bitim kolunun çemberi kestiği noktanın apsisi $-\sqrt{2}/2$ olduğundan $\cos135° = -\sqrt{2}/2$'dir. Buradan $|AC|^2 = 5000 + 4900 + 7000 = 16\,900$ ve $|AC| = 130$ m bulunur. Doğrulama için A noktasından CB doğrusuna [AH] dikmesi çizilir. $m(ABC) = 135°$ olduğundan H noktası [CB] doğru parçasının B tarafındaki uzantısı üzerindedir ve $m(ABH) = 45°$'dir. ABH ikizkenar dik üçgeninde $|BH| = 50\sqrt{2} \cdot \cos45° = 50$ m, $|AH| = 50\sqrt{2} \cdot \sin45° = 50$ m olur. $|CH| = 70 + 50 = 120$ m'dir. AHC dik üçgeninde Pisagor teoremiyle $|AC|^2 = 120^2 + 50^2 = 16\,900$ ve $|AC| = 130$ m bulunur. İki yöntem de aynı sonucu verdiğinden dronun dönüş için uçması gereken 130 m'lik uzaklık doğrulanmış olur.

Yanlış cevap: $\cos135°$ değerini $\sqrt{2}/2$ alarak $|AC|^2 = 2900$ ve $|AC| = 10\sqrt{29}$ m bulan, kosinüs teoremindeki işaretleri hatalı yazan, dikme ayağını [BC] kenarı üzerinde alarak $|CH| = 70 - 50 = 20$ m kullanan veya doğrulama adımını yapmadan yalnızca sonucu yazan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

8. Doğru cevap:

8.1. **(4 puan)**

- ABC üçgeninin alanını A(ABC) = ½ · |AB| · |BC| · sinB ve A(ABC) = ½ · |AC| · |BC| · sinC biçiminde iki farklı yoldan yazma **(2 puan)**
- İki ifadeyi eşitleyip her iki yanı ½ · |BC| ile sadeleştirerek |AB| · sinB = |AC| · sinC ve buradan |AC| / sinB = |AB| / sinC eşitliğini elde etme **(2 puan)**

8.2. **(6 puan)**

- Üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamından m(ACB) = 180° − 75° − 60° = 45° bulma **(2 puan)**
- Sinüs teoremini |AC| / sin60° = |AB| / sin45° biçiminde yazma **(2 puan)**
- |AC| = 40 · (√3/2) ÷ (√2/2) = 40√3 / √2 = 20√6 m ≈ 49 m bulma **(2 puan)**

Örnek doğru cevap: 8.1. Üçgenin alanı, iki kenar uzunluğu ile bu kenarlar arasındaki açının sinüsünün çarpımının yarısına eşittir. B açısını kullanarak A(ABC) = ½ · |AB| · |BC| · sinB, C açısını kullanarak A(ABC) = ½ · |AC| · |BC| · sinC yazılır. Bu iki ifade aynı alanı gösterdiği için ½ · |AB| · |BC| · sinB = ½ · |AC| · |BC| · sinC olur. Her iki yan ½ · |BC| ile sadeleştirildiğinde |AB| · sinB = |AC| · sinC ve |AC| / sinB = |AB| / sinC elde edilir. 8.2. m(ACB) = 180° − 75° − 60° = 45°'dir. Sinüs teoremine göre |AC| / sin60° = |AB| / sin45° olur. Buradan |AC| = 40 · (√3/2) ÷ (√2/2) = 40√3 / √2 = 20√6 m ≈ 49 m bulunur. A ölçüm noktasının köprü ayağına uzaklığı 20√6 m'dir.

Yanlış cevap: 8.1'de alanı aynı açıyla iki kez yazan ya da sinüs teoremini doğrulamadan yalnızca formül olarak yazan cevaplar ilgili ölçütten puan alamaz. 8.2'de C açısını hesaplamadan sin75° kullanmaya çalışan veya oranı ters kurarak |AC| = 40√2 / √3 = 40√6 / 3 m bulan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.