MATEMATİK

10. SINIF

YAZILIYA HAZIRLIK

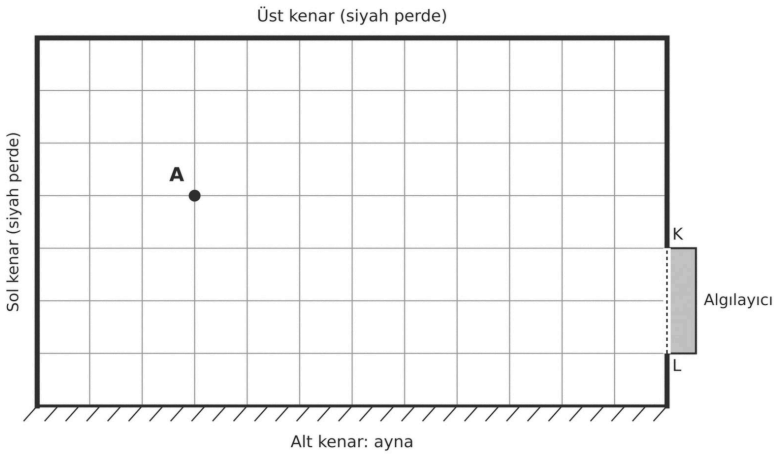
1. DÖNEM - 1. ORTAK YAZILI · SENARYO 1 · 2. SÜRÜM

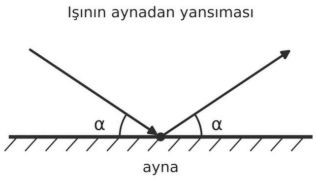
TYMM 2026-2027

Hazırlayan: **Murat Altun**

Bu sorular Claude tarafından hazırlanmıştır.

1. Bir bilim merkezindeki ışık oyununda dikdörtgen biçimli bir oyun masası kullanılmaktadır. Masanın üstten görünüşü, aşağıdaki gibi eş karelere ayrılmış bir zemin üzerinde modellenmiştir. Her bir karenin kenar uzunluğu 1 birimdir. Masanın alt kenarı boyunca düz bir ayna bulunmaktadır. Sol, üst ve sağ kenarlar ışığı yansıtmayan siyah perdeyle kaplıdır; ışık bu kenarlardan birine çarparsa soğurulur ve oyun kaybedilir. Sağ kenardaki [KL] aralığında ise bir ışık algılayıcısı vardır.





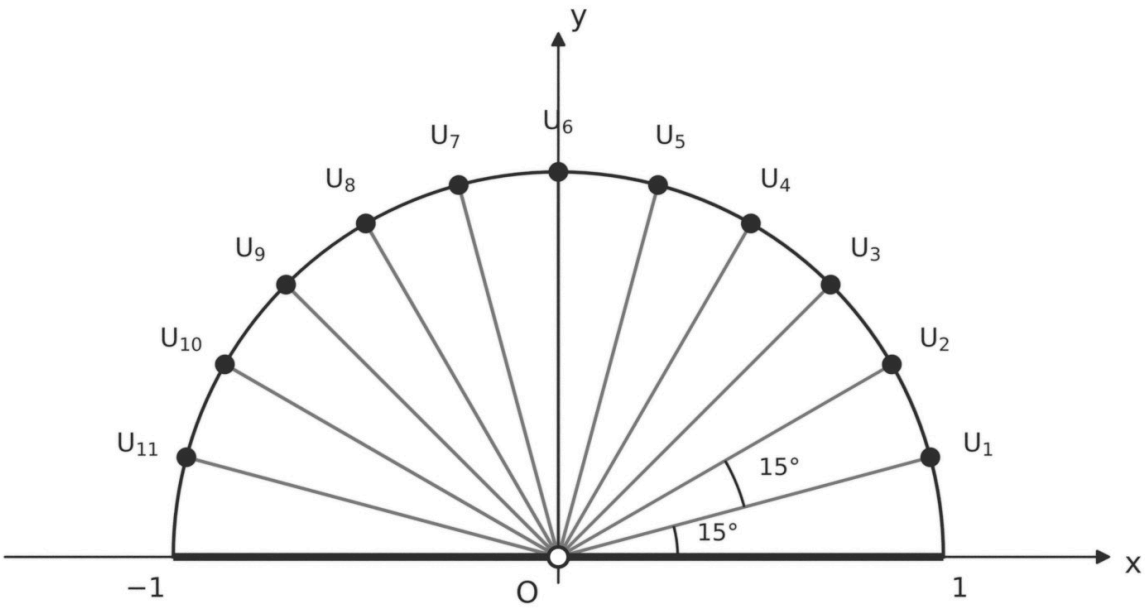
Masanın uzunluğu 12 birim, genişliği 7 birimdir. Lazer ışığı kaynağının bulunduğu A noktası sol kenardan 3 birim, aynadan 4 birim uzaklıktadır. Algılayıcının uç noktaları K ve L, sağ kenar üzerinde aynadan sırasıyla 3 birim ve 1 birim yüksekliktedir.

Oyuncu, A noktasından doğrusal bir lazer ışını göndermiştir. Işın aynaya C noktasında yalnızca bir kez çarpmış, yansıdıktan sonra başka hiçbir kenara değmeden doğrusal bir yol izleyerek algılayıcıya ulaşmıştır. Işın aynaya çarptığında aynaya gelirken ve aynadan yansırken izlediği yolların her biri ayna ile α derecelik açı yapmaktadır (şeklin sağındaki gösterim).

α dar açı ve tanα + cotα = 13/6 olduğuna göre trigonometrik özdeşliklerden yararlanarak C noktasının ve ışının algılayıcıya ulaştığı noktanın konumunu şekil üzerinde gösteriniz. Işının A noktasından algılayıcıya kadar aldığı yolun kaç birim olduğunu bulunuz ve elde ettiğiniz sonucu yorumlayınız. (10 puan)

2. Katlanır bir yelpaze açıldığında çubukları ortak bir pim etrafında eşit aralıklarla dizilir. Çubuk uçlarının konumları hesaplanırken ilişkili açıların trigonometrik değerleri arasındaki bağıntılar kullanılırsa her çubuk için ayrı hesap yapmaya gerek kalmaz. (Bu metin soru için hazırlanmıştır.)

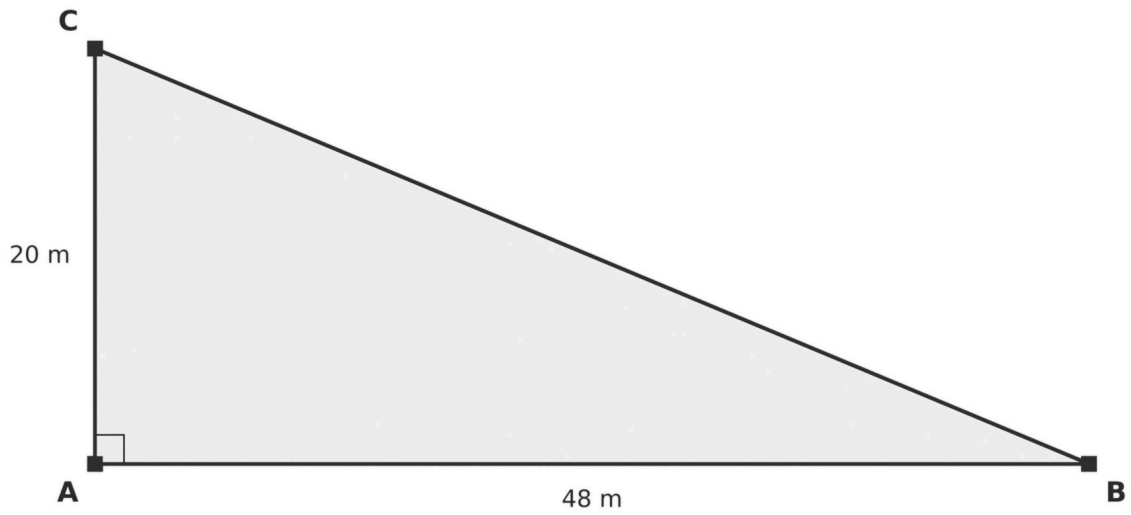
Açıldığında yarım çember biçimini alan bir yelpaze, aşağıdaki gibi dik koordinat düzleminde merkezi orijinde olan birim çemberin üst yarısı üzerinde modellenmiştir. Dış çubuklar x ekseni üzerindedir; 11 iç çubuğun uçlarına U_1, U_2, U_3, …, U_{11} boncukları takılmıştır. Boncuklar; [OU_1 ışını x ekseninin pozitif yönüyle 15° lik açı yapacak ve ardışık iki boncuğu O noktasına birleştiren ışınlar arasındaki açıların her biri 15° olacak biçimde yerleştirilmiştir.



- X: Boncukların apsisleri toplamı
- Y: Boncukların ordinatlarının kareleri toplamı
- Z: Boncukların apsislerinin kareleri toplamı

olmak üzere X değerini ve Y / Z oranını trigonometrik özdeşliklerden yararlanarak bulunuz. (15 puan)

3. Bir izci kampı, dik üçgen biçimindeki bir alana kurulacaktır. Alanın köşelerinde A, B ve C çadır grupları bulunmakta; alanın kenarları boyunca [AB], [BC] ve [AC] çitleri uzanmaktadır. m(BAC) = 90°, |AB| = 48 m ve |AC| = 20 m'dir.



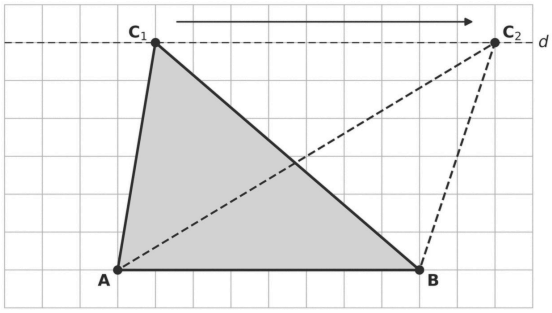
Kamp yönetimi;

- üç çadır grubuna eşit uzaklıkta olacak şekilde ilk yardım çadırını K noktasına,
- güvenlik için üç çite eşit uzaklıkta olacak şekilde kamp ateşi alanının merkezini S noktasına

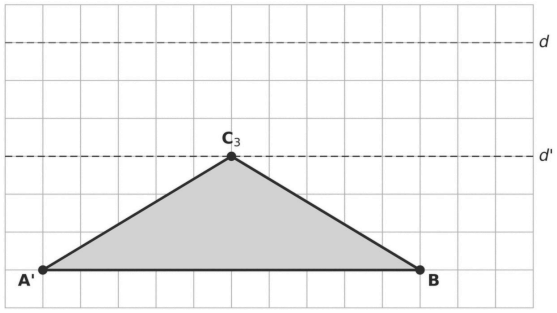
yerleştirmeyi planlamaktadır. İlk yardım çadırı ile kamp ateşi alanının merkezi arasına doğrusal bir patika yapılacaktır.

Buna göre K ve S noktalarının üçgenin hangi yardımcı elemanlarının kesişim noktası olduğunu gerekçesiyle belirtiniz ve yapılacak patikanın uzunluğunun kaç metre olduğunu işlemlerinizle birlikte yazınız. (15 puan)

4. Kostüm tasarımcısı Defne, bir okul gösterisinin kostümleri için üçgen biçimli kumaş parçalarını kareli kalıp kâğıdına çizmektedir. Bir parça için gereken kumaş miktarı, parçanın alanıyla belirlenmektedir. Aşağıdaki kalıp kâğıdında her bir karenin kenar uzunluğu 1 birimdir.



Şekil 1



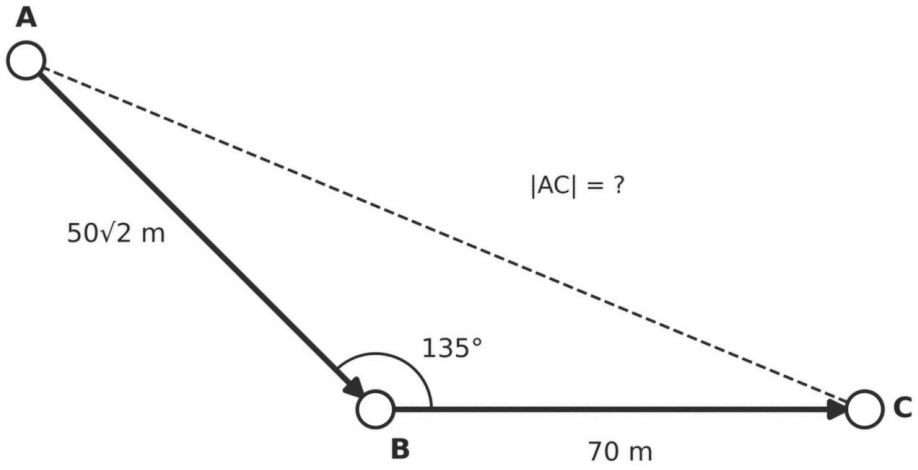
Şekil 2

Defne, Şekil 1'deki parçanın A ve B köşelerini değiştirmemiş; üçüncü köşeyi [AB] kenarına paralel olan d doğrusu üzerinde C_1 noktasından, B köşesinin sağ tarafında kalan C_2 noktasına kaydırmıştır. Şekil 1'de |AB| = 8 birimdir ve d doğrusu [AB] kenarından 6 birim uzaklıktadır.

Defne daha sonra Şekil 2'deki gibi B köşesini değiştirmeden A köşesini aynı doğrultuda 2 birim sola (A' noktasına), üçüncü köşeyi ise d doğrusunun 3 birim altındaki d' doğrusu üzerinde bulunan C_3 noktasına taşımıştır.

Buna göre üçüncü köşenin d doğrusu üzerinde kaydırılmasının ve Şekil 2'deki düzenlemenin kumaş parçasının alanını nasıl etkilediğini açıklayınız. Şekil 2'deki $A'BC_3$ üçgeninin alanının Şekil 1'deki ABC_1 üçgeninin alanına oranını bulunuz. (10 puan)

5. Bir doğa belgeseli çekiminde kullanılan kamera dronu, havalandıktan sonra yere paralel bir düzlemde uçmaktadır. Dron, bu düzlemdeki A noktasından doğrusal bir yol boyunca $50\sqrt{2}$ m uçarak B noktasına ulaşmış; burada yön değiştirip doğrusal bir yol boyunca 70 m daha uçarak C noktasına varmıştır. Dronun iki yolu arasındaki açı m(ABC) = 135°'dir.



Buna göre dronun C noktasından A noktasına doğrusal bir yolla dönmesi için uçması gereken uzaklığın kaç metre olduğunu kosinüs teoremini kullanarak bulunuz. Bulduğunuz sonucu, A noktasından CB doğrusuna dikme çizerek Pisagor teoremi yardımıyla doğrulayınız. (10 puan)

6. Okulun rehber öğretmeni Selin Hanım, 20 öğrencinin bir aylık ders ve ödev dışındaki günlük ortalama ekran süresi (telefon, tablet ve bilgisayar başında geçen süre) ile günlük ortalama uyku süresi verilerini, öğrencilerin ve velilerinin onayını alarak ve öğrenci isimlerini gizli tutarak derlemiştir. Ekran süreleri cihazların ekran süresi raporlarından, uyku süreleri öğrencilerin tuttuğu uyku günlüklerinden alınmıştır. Veriler aşağıdaki tabloda verilmiştir. (Tablodaki veriler soru için hazırlanmıştır.)

Öğrenci	Günlük ortalama ekran süresi (saat)	Günlük ortalama uyku süresi (saat)	Öğrenci	Günlük ortalama ekran süresi (saat)	Günlük ortalama uyku süresi (saat)
1	1,5	8,4	11	5,6	6,4
2	4,0	6,8	12	1,2	7,9
3	2,5	7,4	13	3,7	7,2
4	5,2	6,1	14	7,1	5,9
5	0,9	7,6	15	4,8	7,5
6	3,2	6,7	16	1,6	8,7
7	6,5	7,0	17	2,9	7,7
8	1,8	9,0	18	5,9	6,6
9	4,4	8,2	19	4,2	8,5
10	2,0	8,0	20	6,0	6,3

Bilgi: Uzmanlar 13-18 yaş arasındaki gençler için günde 8-10 saat uyku önermektedir.

Tablodaki veriler;

- Günlük ortalama ekran süresi değişkeni için: 2 saatten az, 2 – 3,9 saat, 4 saat ve üzeri
- Günlük ortalama uyku süresi değişkeni için: 7 saatten az, 7 – 7,9 saat, 8 saat ve üzeri

kategorilerine ayrılarak iki kategorik değişkene dönüştürülmüştür.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

6.1. Verileri belirlenen kategorilere ayırarak günlük ortalama ekran süresi ve günlük ortalama uyku süresi değişkenlerine ait iki yönlü (çapraz) sıklık tablosunu oluşturunuz. (6 puan)

6.2. Günlük ortalama ekran süresi kategorilerine göre uyku süresi kategorilerinin koşullu göreli sıklık yüzdelerini gösteren tabloyu oluşturunuz. Bu tablodan yararlanarak iki değişken arasındaki ilişkiyi yorumlayınız ve bu ilişkinin bir neden-sonuç ilişkisi olarak yorumlanıp yorumlanamayacağını gerekçesiyle belirtiniz. (14 puan)

7. Bir üniversitenin çevre mühendisliği bölümündeki öğrenciler, bir mahallede yaşayan ve ankete gönüllü olarak katılan 200 hane ile bir araştırma yapmıştır. Ankette hanelere, evlerine en yakın ambalaj atığı geri dönüşüm kutusunun 100 m'den az mı yoksa 100 m ve üzeri mi uzaklıkta olduğu ve ambalaj atıklarını (kâğıt, plastik, cam, metal) diğer çöplerden ayrı biriktirip biriktirmedikleri sorulmuştur.

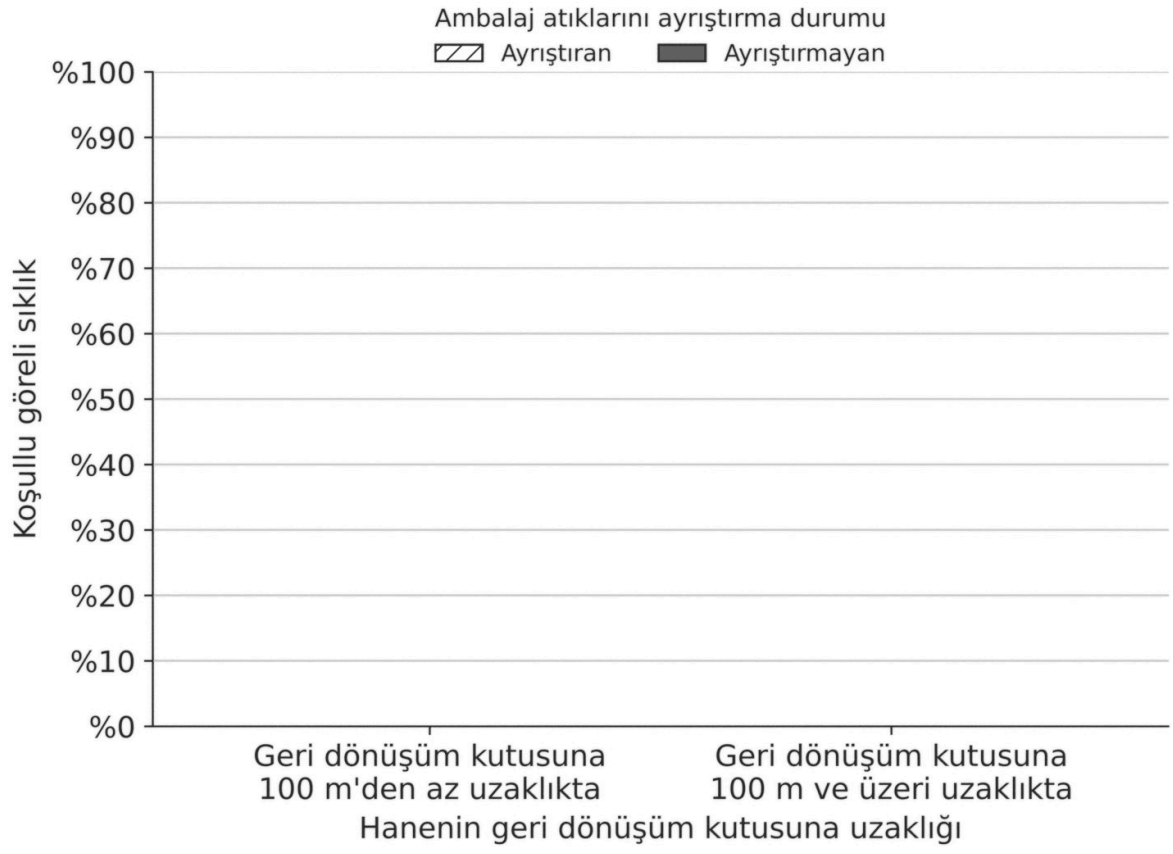
Toplanan verilerle oluşturulan iki yönlü tablo aşağıda verilmiştir. Tablonun bazı hücreleri boş bırakılmıştır. (Tablodaki veriler soru için hazırlanmıştır.)

Geri dönüşüm kutusuna uzaklık / Ambalaj atıklarını ayrıştırma	Ayrıştıran	Ayrıştırmayan	Toplam
100 m'den az	56		80
100 m ve üzeri		90	
Toplam	86		200

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

7.1. Bu araştırmadaki iki kategorik değişkeni ve bu değişkenlerin kategorilerini yazınız. Araştırmanın cevap aradığı, iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan istatistiksel araştırma sorusunu oluşturunuz. (6 puan)

7.2. Tablodaki boş hücreleri doldurunuz. Hanelerin geri dönüşüm kutusuna uzaklığına göre ambalaj atıklarını ayrıştırma durumlarına ait koşullu göreli sıklıkları hesaplayarak aşağıdaki çerçeveye kümeli sütun grafiği olarak çiziniz. Grafikten yararlanarak iki değişken arasındaki ilişkiyi yorumlayınız ve bu ilişkinin bir neden-sonuç ilişkisi olarak yorumlanıp yorumlanamayacağını gerekçesiyle belirtiniz. (14 puan)



ÖĞRENME ÇIKTILARI VE BECERİLER

SORU NO	ÖĞRENME ÇIKTISI	BECERİLER
1	MAT.10.1.1. Dik üçgende trigonometrik oranlara (sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant) ve trigonometrik özdeşliklere ilişkin çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.10. Çıkarım Yapma)
2	MAT.10.1.1. Dik üçgende trigonometrik oranlara (sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant) ve trigonometrik özdeşliklere ilişkin çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme; MAB2. Matematiksel Problem Çözme (MAB2.1. Matematiksel Çözümler Geliştirme)
3	MAT.10.1.2. Üçgenin yardımcı elemanlarının özellikleri ile ilgili çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.4. Çözümleme)
4	MAT.10.1.3. Üçgenin bir kenarı ve o kenara ait yüksekliğinin değişimine bağlı olarak alanının değişimine ilişkin çıkarım yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.14. Yorumlama)
5	MAT.10.1.4. Sinüs ve kosinüs teoremlerini doğrulayabilme veya ispatlayabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (MAB1.1. Matematiksel Doğrulama veya İspat Yapma); MAB2. Matematiksel Problem Çözme
6	MAT.10.2.1. İki kategorik değişkenli veri ile çalışabilme ve iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiğe dayalı karar verebilme	MAB4. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme (KB2.18. Tartışma); MAB3. Matematiksel Temsil
7	MAT.10.2.1. İki kategorik değişkenli veri ile çalışabilme ve iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiğe dayalı karar verebilme	MAB4. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme (KB2.18. Tartışma); MAB3. Matematiksel Temsil

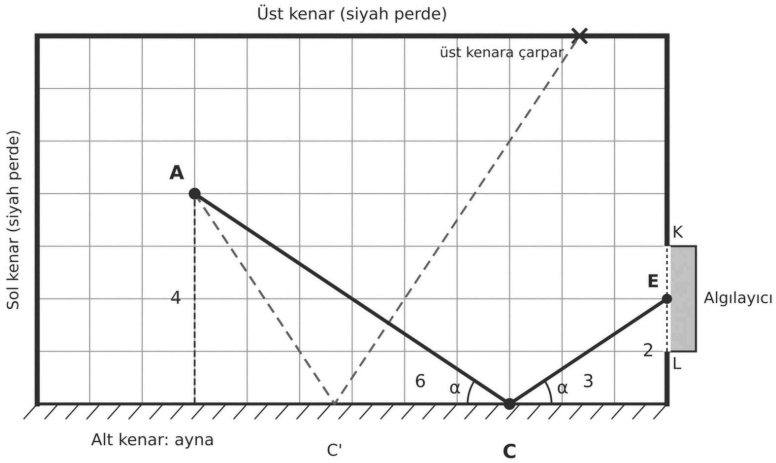
PUANLAMA TABLOSU							
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**TOPLAM**
10	*15*	*15*	*10*	*10*	*20*	*20*	***100***

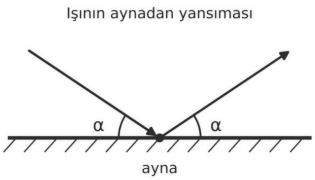
Bu sınav, 2026-2027 eğitim öğretim yılı 1. dönem konu-soru dağılım tablosundaki 1. ortak yazılı **Senaryo 1** dağılımına göre, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli 10. sınıf öğretim programı esas alınarak hazırlanmıştır. Bu kâğıt, aynı senaryonun 2. sürümüdür: öğrenme çıktıları, soru sayısı ve puanlar 1. sürümle aynı, sorular farklıdır. Hazırlayan: Murat Altun. Bu sorular Claude tarafından hazırlanmıştır. Millî Eğitim Bakanlığının resmî yayını değildir; görseller Blender ile oluşturulmuştur.

ÇÖZÜMLER

1. Doğru cevap:

- tanα + cotα = sinα/cosα + cosα/sinα = (sin²α + cos²α) / (sinα · cosα) = 1 / (sinα · cosα) yazarak sinα · cosα = 6/13 bulma; (sinα + cosα)² = 1 + 2 · 6/13 = 25/13 ve (sinα − cosα)² = 1 − 2 · 6/13 = 1/13 eşitliklerini yazma; α dar açı olduğundan sinα + cosα = 5/√13 ve sinα − cosα = 1/√13 ya da −1/√13 sonucuna ulaşma **(3 puan)**. (tanα · cotα = 1 özdeşliğinden cotα = 1/tanα yazıp tanα + 1/tanα = 13/6, yani 6tan²α − 13tanα + 6 = 0 denklemini kurarak tanα = 3/2 ya da tanα = 2/3 sonucuna ulaşan öğrenci de tam puan alır.)
- İki durumu belirleme: sinα = 3/√13 ve cosα = 2/√13 (tanα = 3/2) ya da sinα = 2/√13 ve cosα = 3/√13 (tanα = 2/3) **(1 puan)**
- tanα = 3/2 durumunu inceleyip reddetme: Işın 4 birim alçalırken yatayda 4 ÷ (3/2) = 8/3 birim ilerler ve sol kenardan 17/3 ≈ 5,67 birim uzaklıktaki C' noktasında aynaya çarpar. Yansıdıktan sonra 7 birim yükselmek için yatayda 7 ÷ (3/2) = 14/3 birim ilerlemesi gerekir; sol kenardan 31/3 ≈ 10,33 birim uzaklıkta üst kenara çarpar, yani sağ kenara ulaşmadan soğurulur. Bu durum verilen koşula aykırıdır **(2 puan)**
- tanα = 2/3 durumunu inceleme: Işın 4 birim alçalırken yatayda 4 ÷ (2/3) = 6 birim ilerler; C noktası ayna üzerinde sol kenardan 9 birim uzaklıktaki kare köşesidir. Yansıdıktan sonra sağ kenara kadar yatayda 3 birim ilerlerken 3 · (2/3) = 2 birim yükselir ve algılayıcıya aynadan 2 birim yükseklikteki E noktasından (K ile L'nin tam ortası) ulaşır, üst kenara değmez. C ve E noktalarını şekil üzerinde gösterme **(2 puan)**
- Yolu hesaplama ve yorumlama: |AC| = 4 ÷ sinα = 4 ÷ (2/√13) = 2√13 birim (ya da √(6² + 4²) = √52 = 2√13), |CE| = 2 ÷ (2/√13) = √13 birim, toplam yol 3√13 ≈ 10,8 birim; verilen tanα + cotα değerinin iki farklı açı ölçüsüne karşılık geldiği, bu açılardan yalnızca tanα = 2/3 olanın tek yansımayla algılayıcıya ulaşma koşulunu sağladığı yorumunu yapma **(2 puan)**





Örnek doğru cevap: tanα + cotα = sinα/cosα + cosα/sinα = (sin²α + cos²α) / (sinα · cosα) = 1 / (sinα · cosα) olduğundan sinα · cosα = 6/13 olur. (sinα + cosα)² = sin²α + cos²α + 2sinα · cosα = 1 + 12/13 = 25/13 ve sinα + cosα = 5/√13 olur. Benzer şekilde (sinα − cosα)² = 1 − 12/13 = 1/13 ve sinα − cosα = ±1/√13 olur. Buradan sinα = 3/√13, cosα = 2/√13 ya da sinα = 2/√13, cosα = 3/√13 bulunur; yani tanα = 3/2 ya da tanα = 2/3 olabilir. tanα = 3/2 ise ışın A noktasından aynaya 4 birim inerken yatayda 8/3 birim ilerler, sol kenardan yaklaşık 5,67 birim uzakta aynaya çarpar ve yükselirken sol kenardan yaklaşık 10,33 birim uzakta üst kenara çarpar; ışın algılayıcıya ulaşamayacağı için bu durum olamaz. tanα = 2/3 ise ışın yatayda 6 birim ilerleyip sol kenardan 9 birim uzaklıktaki C noktasında aynaya çarpar; ardından

yatayda 3 birim ilerlerken 2 birim yükselerek algılayıcıya aynadan 2 birim yükseklikteki E noktasından ulaşır. sinα = 2/√13 olduğundan |AC| = 4 ÷ (2/√13) = 2√13 birim, |CE| = 2 ÷ (2/√13) = √13 birimdir. Işının aldığı yol 2√13 + √13 = 3√13 ≈ 10,8 birimdir. Verilen tanα + cotα değeri iki farklı α açısına karşılık gelse de ışının aynaya bir kez çarpıp algılayıcıya ulaşması koşulu yalnızca tanα = 2/3 durumunda sağlanmaktadır.

Yanlış cevap: sinα ve cosα değerlerini deneme yanılma ile tahmin edip hiçbir özdeşlik kullanmadan yazan, iki durumdan yalnızca birini bulup diğerini incelemeyen veya tanα = 3/2 durumunu reddetmeden iki farklı C noktası öneren cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz. Yolu 3√13 birimden farklı bulan veya C noktasını ayna üzerinde sol kenardan 9 birim uzaklıktaki köşeden farklı bir yerde gösteren cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

2. Doğru cevap:

- Birim çember üzerindeki k. boncuğun (k = 1, 2, …, 11) koordinatlarının (cos(15k°), sin(15k°)) olduğunu belirtme **(2 puan)**
- Birbirini 180° ye tamamlayan açılar için birim çemberdeki simetriden cos(180° − x) = −cosx ve sin(180° − x) = sinx olduğunu belirtme (U_1 ile U_{11}, U_2 ile U_{10}, …, U_5 ile U_7 boncukları y eksenine göre simetriktir.) **(2 puan)**
- X = (cos15° + cos165°) + (cos30° + cos150°) + … + (cos75° + cos105°) + cos90° = 0 + 0 + … + 0 + 0 = 0 bulma **(3 puan)**
- Y = 2 · (sin²15° + sin²30° + sin²45° + sin²60° + sin²75°) + sin²90° yazma; birbirini 90° ye tamamlayan açılarda sin75° = cos15°, sin60° = cos30°, sin45° = cos45° olduğundan sin²15° + sin²75° = 1, sin²30° + sin²60° = 1 ve 2 · sin²45° = sin²45° + cos²45° = 1 eşitliklerini kullanarak Y = 2 · (1 + 1 + 1/2) + 1 = 6 bulma **(4 puan)**
- Her boncuk için sin²x + cos²x = 1 olduğundan Y + Z = 11 ve Z = 11 − 6 = 5 bulma (ya da Z değerini benzer eşlemelerle doğrudan hesaplama) **(3 puan)**
- Y / Z = 6/5 sonucunu yazma **(1 puan)**

Örnek doğru cevap: Birim çemberde bir açının bitim kolunun çemberi kestiği noktanın apsisi o açının kosinüsü, ordinatı sinüsüdür. Bu nedenle k. boncuğun koordinatları (cos(15k°), sin(15k°)) olur. U_1 ile U_{11}, U_2 ile U_{10}, … boncukları y eksenine göre simetrik olduğundan cos165° = −cos15°, cos150° = −cos30°, … ve sin165° = sin15°, sin150° = sin30°, … olur. X = (cos15° + cos165°) + (cos30° + cos150°) + … + (cos75° + cos105°) + cos90° = 0 bulunur. Y = sin²15° + … + sin²165° = 2 · (sin²15° + sin²30° + sin²45° + sin²60° + sin²75°) + sin²90° olur. sin75° = cos15°, sin60° = cos30° ve sin45° = cos45° olduğundan (sin²15° + cos²15°) + (sin²30° + cos²30°) = 2 ve sin²45° = 1/2 bulunur. Buradan Y = 2 · (2 + 1/2) + 1 = 6 olur. Her boncuk için sin² + cos² = 1 olduğundan 11 boncuk için Y + Z = 11, Z = 5 bulunur. Sonuç olarak X = 0 ve Y / Z = 6/5 olur.

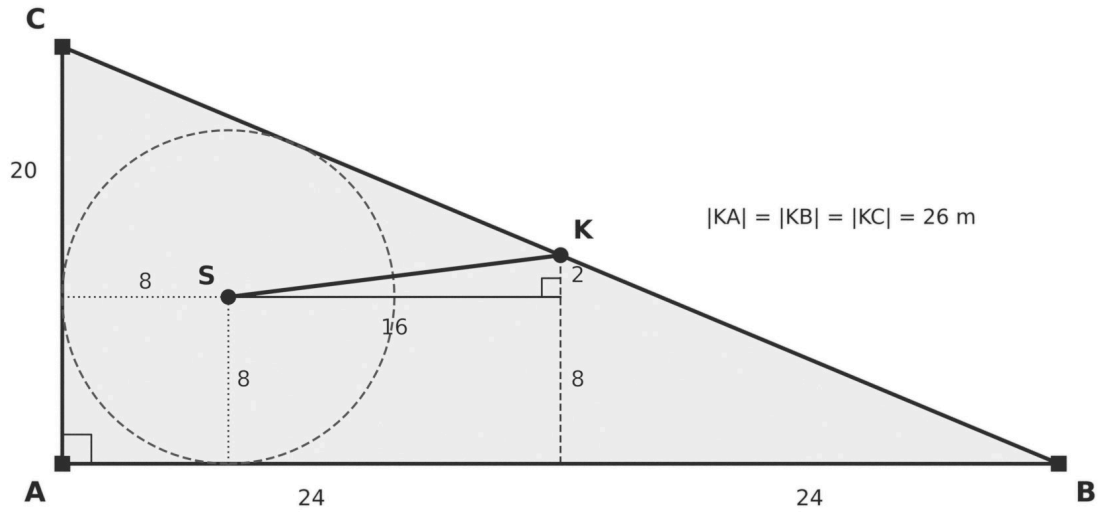
Yanlış cevap: cos165° = cos15° gibi işaret hatası yaparak X değerini 0 dışında bulan, sin²90° terimini unutarak Y = 5 bulan, sin²45° terimini eşleyemeyip yanlış hesaplayan, Y ile Z değerlerini eşit kabul ederek Y / Z = 1 yazan veya değerleri yalnızca hesap makinesiyle bulup hiçbir özdeşliğe dayandırmayan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

3. Doğru cevap:

- K noktasının üç köşeye eşit uzaklıkta olduğu için kenar orta dikmelerin kesim noktası (çevrel çemberin merkezi) olduğunu belirtme; dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu hipotenüs uzunluğunun yarısına eşit olduğundan K noktasının [BC] hipotenüsünün orta noktası olduğu

sonucuna ulaşma **(3 puan)**

- $|BC|^2 = 48^2 + 20^2 = 2704$, $|BC| = 52$ m ve $|KA| = |KB| = |KC| = 26$ m bulma; K noktasının [AB] kenarına uzaklığının $20 \div 2 = 10$ m, [AC] kenarına uzaklığının $48 \div 2 = 24$ m olduğunu belirleme **(2 puan)**
- S noktasının üç kenara eşit uzaklıkta olduğu için iç açıortayların kesim noktası (iç teğet çemberin merkezi) olduğunu belirtme **(2 puan)**
- S noktasının kenarlara uzaklığını r alarak $A(ABC) = A(SAB) + A(SBC) + A(SAC)$ eşitliğinden $\frac{1}{2} \cdot 48 \cdot 20 = \frac{1}{2} \cdot r \cdot (48 + 52 + 20)$, $480 = 60r$ ve $r = 8$ m bulma **(3 puan)**. (r değerini teğet parçalarının eşitliğinden $r = (48 + 20 - 52) \div 2 = 8$ m olarak bulan öğrenci de tam puan alır.)
- S noktasının [AB] ve [AC] kenarlarına uzaklığının 8 m olduğunu kullanarak S ile K arasındaki [AB] kenarına paralel doğrultudaki farkı $24 - 8 = 16$ m ve [AC] kenarına paralel doğrultudaki farkı $10 - 8 = 2$ m olarak belirleme **(2 puan)**
- Oluşan dik üçgende Pisagor teoremiyle $|SK|^2 = 16^2 + 2^2 = 260$ ve $|SK| = 2\sqrt{65}$ m (yaklaşık 16,1 m) bulma **(3 puan)**



Örnek doğru cevap: İlk yardım çadırı üç çadır grubuna, yani üçgenin üç köşesine eşit uzaklıkta olacağından K noktası kenar orta dikmelerin kesim noktası, yani çevrel çemberin merkezidir. Dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu hipotenüsün yarısı olduğundan [BC] kenarının orta noktası A, B ve C köşelerine eşit uzaklıktadır; K, [BC] kenarının orta noktasıdır. $|BC|^2 = 48^2 + 20^2 = 2304 + 400 = 2704$ olduğundan $|BC| = 52$ m ve $|KA| = |KB| = |KC| = 26$ m'dir. K orta nokta olduğundan [AB] kenarına uzaklığı 10 m, [AC] kenarına uzaklığı 24 m'dir. Kamp ateşi alanının merkezi üç çite, yani üçgenin üç kenarına eşit uzaklıkta olacağından S noktası iç açıortayların kesim noktası, yani iç teğet çemberin merkezidir. S noktasının kenarlara uzaklığı r olsun. $A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot 48 \cdot 20 = 480$ m² ve $A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot r \cdot 48 + \frac{1}{2} \cdot r \cdot 52 + \frac{1}{2} \cdot r \cdot 20 = 60r$ olduğundan $r = 8$ m'dir. S noktası [AB] ve [AC] kenarlarına 8 m uzaklıktadır. S ile K arasında [AB] kenarına paralel doğrultuda $24 - 8 = 16$ m, [AC] kenarına paralel doğrultuda $10 - 8 = 2$ m fark vardır. $|SK|^2 = 16^2 + 2^2 = 260$ olduğundan patikanın uzunluğu $|SK| = 2\sqrt{65}$ m ≈ 16,1 m'dir.

Yanlış cevap: K noktasını ağırlık merkezi veya yüksekliklerin kesim noktası olarak, S noktasını kenar orta dikmelerin kesim noktası olarak belirleyen; iç teğet çemberin yarıçapını 8 m'den farklı bulan veya patikanın uzunluğunu $2\sqrt{65}$ m'den farklı bulan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

4. Doğru cevap:

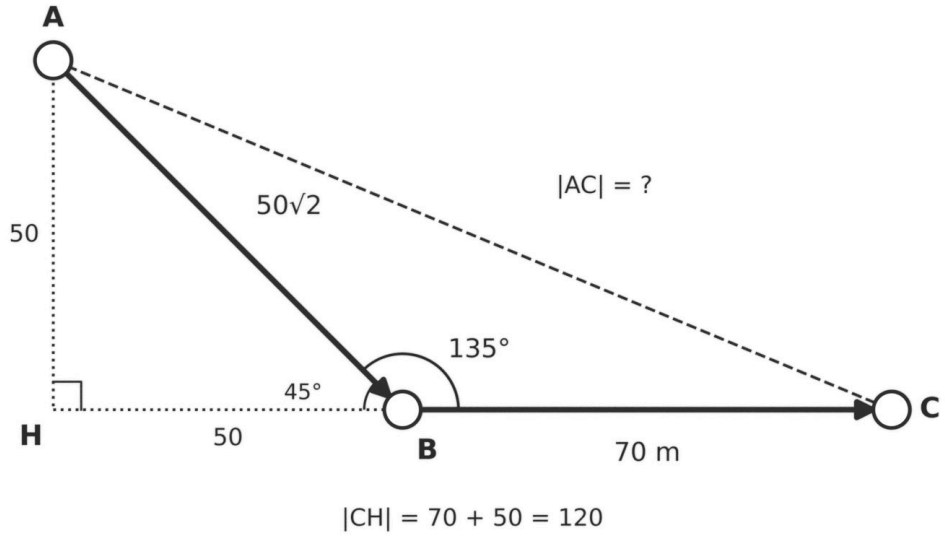
- ABC_1 ve ABC_2 üçgenlerinin [AB] tabanının ortak olduğunu, C_1 ve C_2 noktaları [AB] kenarına paralel d doğrusu üzerinde bulunduğundan [AB] kenarına ait yüksekliklerin eşit (6 birim) olduğunu belirtme (ABC_2 üçgeninde bu yüksekliğin ayağı [AB] kenarının uzantısı üzerindedir.) **(2 puan)**
- $A(ABC_1) = A(ABC_2) = ½ \cdot 8 \cdot 6 = 24$ birimkare bulma ve üçüncü köşe d doğrusu üzerinde nereye kaydırılırsa kaydırılsın alanın değişmeyeceği sonucuna ulaşma **(2 puan)**
- Şekil 2'de taban uzunluğunun 8 + 2 = 10 birim, yüksekliğin 6 − 3 = 3 birim olduğunu belirleyerek $A(A'BC_3) = ½ \cdot 10 \cdot 3 = 15$ birimkare bulma **(2 puan)**
- $A(A'BC_3) / A(ABC_1) = 15 / 24 = 5/8$ oranını bulma **(2 puan)**
- Taban uzunluğunun 5/4 katına çıktığını (%25 arttığını), yüksekliğin 1/2 katına indiğini (%50 azaldığını), alan taban ile o tabana ait yüksekliğin çarpımıyla orantılı olduğundan alanın (5/4) · (1/2) = 5/8 katına indiğini (%37,5 azaldığını) ve tabandaki artışın yüksekliktekı azalmayı karşılamadığını yorumlama **(2 puan)**

Örnek doğru cevap: Şekil 1'de ABC_1 ve ABC_2 üçgenlerinin tabanı [AB] kenarıdır. C_1 ve C_2 noktaları [AB] kenarına paralel olan d doğrusu üzerinde olduğundan bu noktaların [AB] doğrusuna uzaklıkları, yani [AB] kenarına ait yükseklikler 6 birimdir. C_2 noktası B köşesinin ötesinde olduğundan ABC_2 üçgeninde bu yüksekliğin ayağı [AB] kenarının uzantısına düşer, ancak yüksekliğin uzunluğu değişmez. $A(ABC_1) = A(ABC_2) = ½ \cdot 8 \cdot 6 = 24$ birimkaredir. Taban ve o tabana ait yükseklik değişmediği için üçüncü köşe d doğrusu üzerinde nereye kaydırılırsa kaydırılsın alan, yani gereken kumaş miktarı değişmez. Şekil 2'de taban $|A'B| = 10$ birim, yükseklik 3 birim olduğundan $A(A'BC_3) = ½ \cdot 10 \cdot 3 = 15$ birimkaredir. İstenen oran 15 / 24 = 5/8'dir. Taban 8 birimden 10 birime çıkarak 5/4 katına, yükseklik 6 birimden 3 birime inerek 1/2 katına değişmiştir. Üçgenin alanı taban ile yüksekliğin çarpımıyla orantılı olduğundan alan (5/4) · (1/2) = 5/8 katına iner. Taban uzasa da yükseklik yarıya indiği için parçanın alanı %37,5 azalır.

Yanlış cevap: Üçüncü köşe kaydırıldığında üçgenin biçimi değiştiği veya yükseklik üçgenin dışına düştüğü için alanın da değiştiğini öne süren; Şekil 2'de tabanın arttığını görüp yüksekliğin azaldığını dikkate almadan alanın arttığını söyleyen veya alan oranını 5/8'den farklı bulan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

5. Doğru cevap:

- ABC üçgeninde kosinüs teoremini $|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 - 2 \cdot |AB| \cdot |BC| \cdot \cos(ABC)$ biçiminde yazma **(2 puan)**
- Birim çemberden ya da bütünler açı ilişkisinden $\cos135° = -\cos45° = -\sqrt{2}/2$ olduğunu belirtme **(2 puan)**
- $|AC|^2 = (50\sqrt{2})^2 + 70^2 - 2 \cdot 50\sqrt{2} \cdot 70 \cdot (-\sqrt{2}/2) = 5000 + 4900 + 7000 = 16\,900$ ve $|AC| = 130$ m bulma **(2 puan)**
- A noktasından CB doğrusuna [AH] dikmesini çizme; H noktasının [CB] doğru parçasının B tarafındaki uzantısında olduğunu ve $m(ABH) = 180° - 135° = 45°$ olduğunu belirleme; ABH $(45° - 45° - 90°)$ üçgeninde $|BH| = 50\sqrt{2} \cdot \cos45° = 50$ m ve $|AH| = 50\sqrt{2} \cdot \sin45° = 50$ m bulma **(2 puan)**
- AHC dik üçgeninde $|CH| = 70 + 50 = 120$ m alarak $|AC|^2 = 120^2 + 50^2 = 14\,400 + 2500 = 16\,900$ ve $|AC| = 130$ m bulma; iki yöntemin aynı sonucu verdiğini belirtme **(2 puan)**



Örnek doğru cevap: Kosinüs teoremine göre $|AC|^2 = (50\sqrt{2})^2 + 70^2 - 2 \cdot 50\sqrt{2} \cdot 70 \cdot \cos135°$ olur. Birim çemberde 135° lik açının bitim kolunun çemberi kestiği noktanın apsisi $-\sqrt{2}/2$ olduğundan $\cos135° = -\sqrt{2}/2$'dir. Buradan $|AC|^2 = 5000 + 4900 + 7000 = 16\,900$ ve $|AC| = 130$ m bulunur. Doğrulama için A noktasından CB doğrusuna [AH] dikmesi çizilir. $m(ABC) = 135°$ olduğundan H noktası [CB] doğru parçasının B tarafındaki uzantısı üzerindedir ve $m(ABH) = 45°$'dir. ABH ikizkenar dik üçgeninde $|BH| = 50\sqrt{2} \cdot \cos45° = 50$ m, $|AH| = 50\sqrt{2} \cdot \sin45° = 50$ m olur. $|CH| = 70 + 50 = 120$ m'dir. AHC dik üçgeninde Pisagor teoremiyle $|AC|^2 = 120^2 + 50^2 = 16\,900$ ve $|AC| = 130$ m bulunur. İki yöntem de aynı sonucu verdiğinden dronun dönüş için uçması gereken 130 m'lik uzaklık doğrulanmış olur.

Yanlış cevap: $\cos135°$ değerini $\sqrt{2}/2$ alarak $|AC|^2 = 2900$ ve $|AC| = 10\sqrt{29}$ m bulan, kosinüs teoremindeki işaretleri hatalı yazan, dikme ayağını [BC] kenarı üzerinde alarak $|CH| = 70 - 50 = 20$ m kullanan veya doğrulama adımını yapmadan yalnızca sonucu yazan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz.

6. Doğru cevap:

6.1. İki yönlü (çapraz) sıklık tablosu **(6 puan)**: "2 saatten az" satırının doğru oluşturulması **(2 puan)**, "2 – 3,9 saat" satırının doğru oluşturulması **(2 puan)**, "4 saat ve üzeri" satırının ve toplam satır ile sütunlarının doğru oluşturulması **(2 puan)**

Ekran süresi / Uyku süresi	7 saatten az	7 – 7,9 saat	8 saat ve üzeri	Toplam
2 saatten az	0	2	3	5
2 – 3,9 saat	1	3	1	5
4 saat ve üzeri	6	2	2	10
Toplam	7	7	6	20

6.2. Koşullu göreli sıklık tablosu ve ilişkililik yorumu **(14 puan)**

1. Aşama: Koşullu göreli sıklık tablosu **(8 puan)**: Koşullu göreli sıklıkların her hücredeki sıklığın kendi satır toplamına bölünmesiyle hesaplanması **(2 puan)**, her satırdaki yüzdelerin doğru bulunması 2'şer puan **(6 puan)**

Ekran süresi / Uyku süresi	7 saatten az	7 – 7,9 saat	8 saat ve üzeri	Toplam
2 saatten az	%0	%40	%60	%100
2 – 3,9 saat	%20	%60	%20	%100
4 saat ve üzeri	%60	%20	%20	%100

2. Aşama: İlişkililik yorumu **(6 puan)**: Ekran süresi kategorileri arasında koşullu göreli sıklıkları karşılaştırarak eğilimi yüzdelerle açıklama **(3 puan)**, iki değişken arasında bir ilişki olduğu sonucuna ulaşma **(1 puan)**, bu ilişkinin neden-sonuç ilişkisi olarak yorumlanamayacağını başka etkenleri ve örneklemin küçüklüğünü dikkate alarak gerekçelendirme **(2 puan)**

Örnek doğru cevap: 6.1'deki iki yönlü tablo oluşturulur (5, 5 ve 10 öğrenciden oluşan satırlar; 7, 7 ve 6 öğrenciden oluşan sütunlar). Koşullu göreli sıklıklar satır toplamlarına göre hesaplanır. Örneğin günde 4 saat ve üzeri ekran başında kalan 10 öğrenciden 6'sı 7 saatten az uyuduğundan bu hücrenin değeri 6 / 10 = %60'tır. Tablo incelendiğinde ekran süresi 2 saatten az olan öğrencilerin %60'ı günde 8 saat ve üzeri uyumaktadır, bu grupta 7 saatten az uyuyan öğrenci yoktur. Ekran süresi 2 – 3,9 saat olan öğrencilerin %60'ı 7 – 7,9 saat uyumaktadır. Ekran süresi 4 saat ve üzeri olan öğrencilerin ise %60'ı 7 saatten az uyumaktadır. Ekran süresi kategorisi yükseldikçe 7 saatten az uyuyanların oranı %0, %20, %60 şeklinde artmakta; 8 saat ve üzeri uyuyanların oranı ise %60'tan %20'ye düşmekte, 4 saat ve üzeri grupta da %20 olarak kalmaktadır. Bu durum, günlük ekran süresi ile uyku süresi arasında bir ilişki olduğunu gösterir. Ancak bu ilişki, ekran başında uzun süre kalmanın uykuyu kısalttığı anlamına gelmez. Ödev ve kurs yükü, sabah okula erken kalkma, spor etkinlikleri, ailedeki uyku alışkanlıkları gibi başka etkenler de hem ekran süresini hem de uyku süresini etkileyebilir. Ayrıca veriler yalnızca 20 öğrenciden elde edildiği için bu sonuç tüm öğrencilere genellenirken dikkatli olunmalıdır.

Yanlış cevap: 2 numaralı öğrenciyi (4,0 saat ekran süresi) "2 – 3,9 saat" kategorisine, 10 numaralı öğrenciyi (2,0 saat ekran süresi, 8,0 saat uyku) "2 saatten az" ya da "7 – 7,9 saat" kategorisine yerleştirmek gibi sınır değerlerde hata yapan cevaplar ilgili satırdan puan alamaz. Koşullu göreli sıklıkları genel toplama (20) bölerek hesaplayan cevaplar 1. aşamanın hesaplama ölçütünden puan alamaz. "Ekranda çok vakit geçirmek uykuyu kısaltır." gibi neden-sonuç ilişkisi kuran yorumlar 2. aşamanın gerekçelendirme ölçütünden puan alamaz. Yorumu eksik, yüzeysel veya yüzdelere dayanmadan yapan cevaplar 2. aşamada en fazla 3 puan alır.

7. Doğru cevap:

7.1. **(6 puan)**

- Değişkenleri ve kategorilerini yazma: hanenin geri dönüşüm kutusuna uzaklığı (100 m'den az / 100 m ve üzeri) ve ambalaj atıklarını ayrıştırma durumu (ayrıştıran / ayrıştırmayan) **(2 puan)**
- İki kategorik değişkeni ve ilgilenilen grubu açıkça içeren, değişkenler arasındaki ilişkiyi neden-sonuç ifadesi kullanmadan, tarafsız bir dille soran araştırma sorusu oluşturma **(4 puan)**. Araştırma sorusu değişkenlerden yalnızca birini kapsıyorsa veya "Kutuyu yaklaştırmak insanları geri dönüşüme yöneltir mi?" gibi taraflı / nedensellik içeren bir ifadeyse 2 puan verilir.

7.2. **(14 puan)**

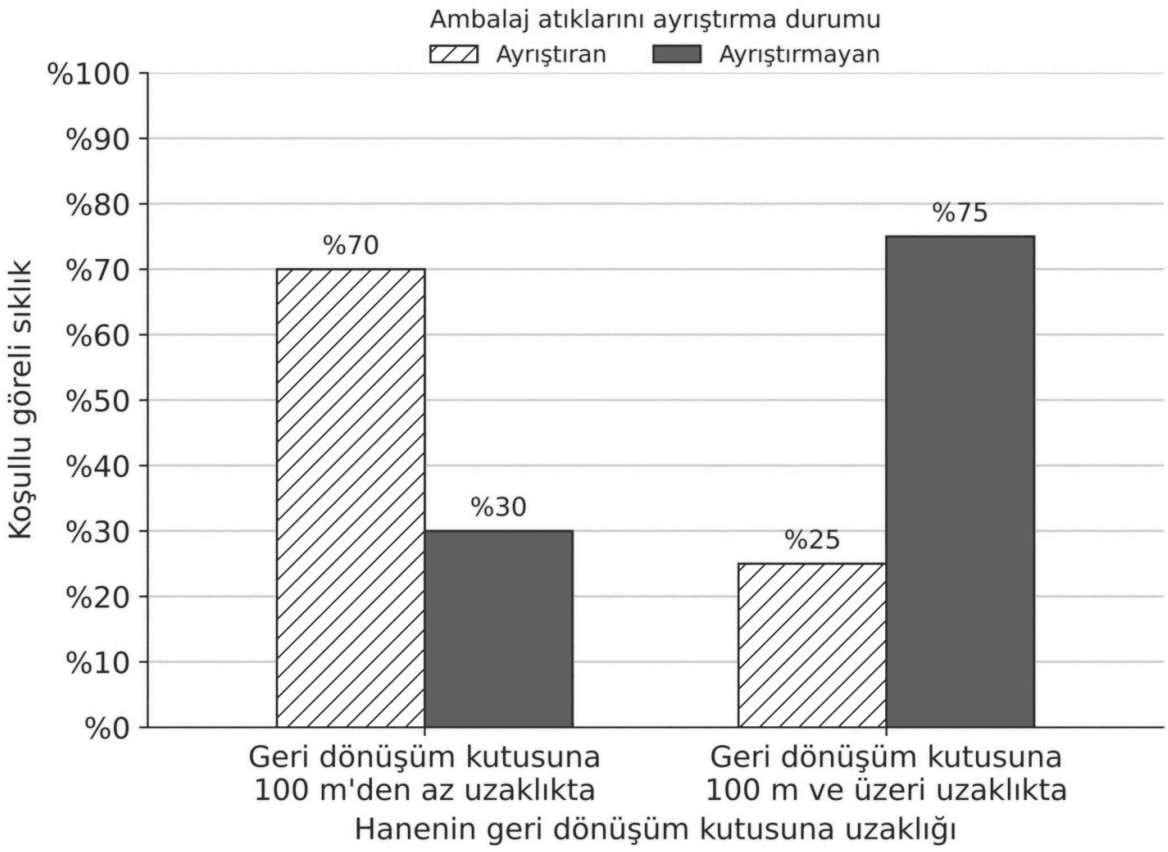
- Boş hücreleri doldurma: 100 m'den az ve ayrıştırmayan: 24, 100 m ve üzeri ve ayrıştıran: 30, 100 m ve üzeri toplamı: 120, ayrıştırmayan toplamı: 114 **(2 puan)**

Geri dönüşüm kutusuna uzaklık / Ambalaj atıklarını ayrıştırma	Ayrıştıran	Ayrıştırmayan	Toplam
100 m'den az	56	24	80
100 m ve üzeri	30	90	120
Toplam	86	114	200

- Koşullu göreli sıklıkları hesaplama, her hücre 1 puan **(4 puan)**

Geri dönüşüm kutusuna uzaklık / Ambalaj atıklarını ayrıştırma	Ayrıştıran	Ayrıştırmayan	Toplam
100 m'den az	%70	%30	%100
100 m ve üzeri	%25	%75	%100

- Kümeli sütun grafiği: Sütunların geri dönüşüm kutusuna uzaklığa göre gruplandırılması, sütun yüksekliklerinin koşullu göreli sıklıklarla uyumlu olması ve ayrıştırma kategorilerinin ayırt edilebilir biçimde gösterilmesi **(3 puan)**



- İlişkililik yorumu **(5 puan)**: İki grubun koşullu göreli sıklıklarını karşılaştırma **(2 puan)**, iki değişken arasında bir ilişki olduğu sonucuna ulaşma **(1 puan)**, ilişkinin nedensellik anlamına gelmediğini başka etkenler ve gönüllü katılımla oluşan örneklemin genellemeye etkisi bağlamında gerekçelendirme **(2 puan)**

Örnek doğru cevap: 7.1. Değişkenler; hanenin geri dönüşüm kutusuna uzaklığı (100 m'den az / 100 m ve üzeri) ve ambalaj atıklarını ayrıştırma durumu (ayrıştıran / ayrıştırmayan) değişkenleridir. Araştırma sorusu: "Bu mahallede yaşayan hanelerin en yakın geri dönüşüm kutusuna 100 m'den az ya da 100 m ve üzeri uzaklıkta olması ile ambalaj atıklarını ayrıştırma durumları arasında bir ilişki var mıdır?" 7.2. Boş hücreler 80 − 56 = 24, 86 − 56 = 30, 30 + 90 = 120 ve 24 + 90 = 114 olarak doldurulur. Geri dönüşüm kutusuna 100 m'den az uzaklıktaki hanelerin 56 / 80 = %70'i ambalaj atıklarını ayrıştırmakta, 24 / 80 = %30'u ayrıştırmamaktadır. 100 m ve üzeri uzaklıktaki hanelerde bu oranlar 30 / 120 = %25 ve 90 / 120 = %75'tir. Grafikte kutuya yakın hanelerde "Ayrıştıran" sütunu, uzak hanelerde "Ayrıştırmayan" sütunu daha yüksektir. Ayrıştıran hanelerin oranı yakın olanlarda %70, uzak olanlarda %25 olduğundan koşullu göreli sıklıklar gruplar arasında belirgin biçimde farklılaşmaktadır; iki değişken arasında bir ilişki olduğu söylenebilir. Ancak bu ilişki, kutunun yakın olmasının haneleri atık ayrıştırmaya yönelttiğini tek başına kanıtlamaz. Hanelerin çevre bilinci, evde ayrıştırma için yer olup olmaması, hanedeki kişi sayısı gibi başka etkenler de ayrıştırma davranışını etkileyebilir. Ayrıca veriler ankete gönüllü olarak katılan hanelerden toplandığı için sonuçlar mahalledeki bütün hanelere genellenirken dikkatli olunmalıdır.

Yanlış cevap: 7.1'de değişkenleri nicel veri olarak tanımlayan veya araştırma sorusunu betimsel biçimde ("Hanelerin kaçı atıklarını ayrıştırıyor?") yazan cevaplar araştırma sorusu ölçütünden puan alamaz. 7.2'de koşullu göreli sıklıkları genel toplama (200) bölerek hesaplayan, grafikte sütunları ayrıştırma kategorilerine göre gruplandırıp yüzdeleri hatalı yerleştiren veya "Kutu yakına konursa herkes atığını ayrıştırır." gibi neden-sonuç ilişkisi kuran cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz. Yorumu eksik, yüzeysel veya akademik olmayan bir dille yapan cevaplar yorum ölçütünden en fazla 2 puan alır.