MATEMATİK

9. SINIF

YAZILIYA HAZIRLIK

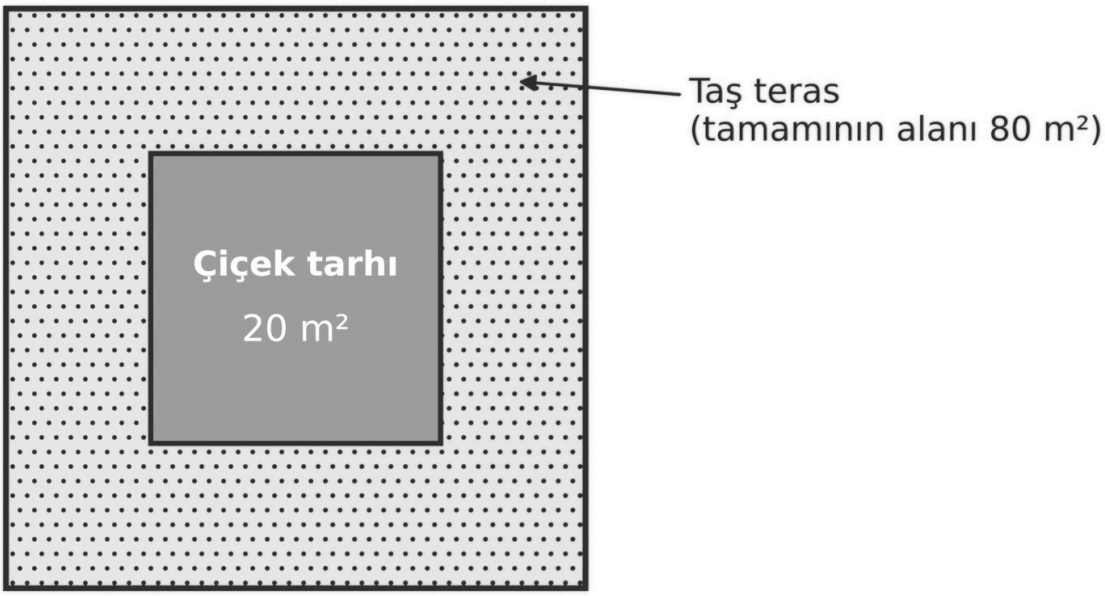
1. DÖNEM - 1. ORTAK YAZILI · SENARYO 3 · 2. SÜRÜM

TYMM 2026-2027

Hazırlayan: **Murat Altun**

Bu sorular Claude tarafından hazırlanmıştır.

1. Bir otelin bahçesinde alanı 80 m² olan kare biçimli bir taş teras vardır. Terasın tam ortasında alanı 20 m² olan kare biçimli bir çiçek tarhı bulunmaktadır. Tarhın kenarları, aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi terasın kenarlarına paraleldir. (Bu metin soru için hazırlanmıştır.)

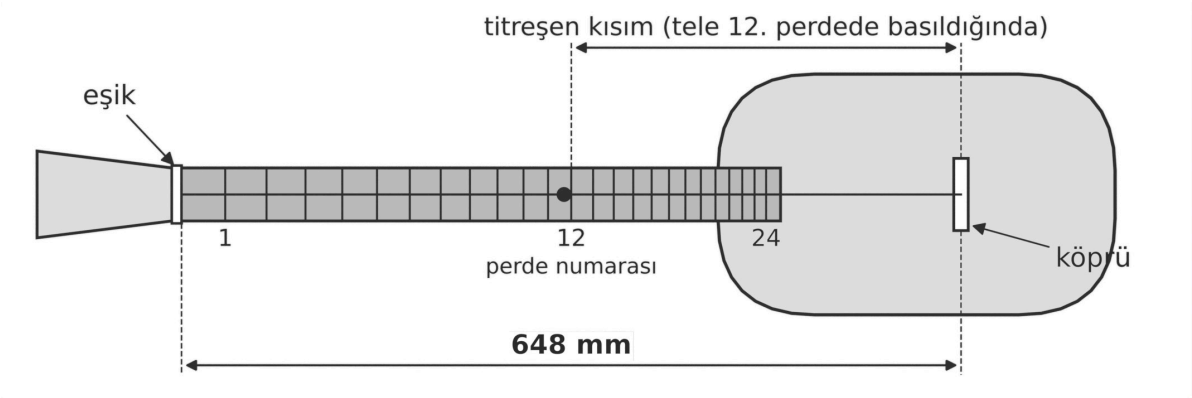


Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1.1. Tarhın bir kenarı ile terasın bu kenara paralel olan en yakın kenarı arasındaki uzaklığı bulunuz. Hesaplamada karekökleri en sade biçime getirerek işlem yapınız. (4 puan)

1.2. Akşamları kullanılmak üzere hem terasın dört kenarı boyunca hem de tarhın dört kenarı boyunca aydınlatma şeridi döşenecektir. Gereken şeridin toplam uzunluğunu köklü gösterimle yazınız. Otelde 50 m uzunluğunda aydınlatma şeridi bulunmaktadır. $2{,}2 < \sqrt{5} < 2{,}3$ olduğunu kullanarak bu şeridin işi tamamlamaya yetip yetmediğine karar veriniz. Kararınızı, eşitsizliğin hangi tarafını kullandığınızı belirterek gerekçelendiriniz. (6 puan)

2. Gitarın telleri, sapın başındaki eşik ile gövdedeki köprü arasında gerilidir. Bir tele perdelerden birinin hemen gerisinden basıldığında telin yalnızca o perde ile köprü arasındaki kısmı titreşir. Titreşen kısmın uzunluğu yarıya indiğinde tel, frekansı 2 katı olan bir ses çıkarır. Perdeler, art arda gelen her perdede titreşen uzunluk bir önceki perdedekinin aynı sabit katı olacak biçimde yerleştirilmiştir. 12. perdeye basıldığında titreşen uzunluk, telin eşik ile köprü arasındaki uzunluğunun yarısıdır.



Şekildeki elektro gitarda eşik ile köprü arasındaki uzunluk 648 mm'dir. Bu gitarın 5. teli, hiçbir perdeye basılmadan çalındığında 110 Hz frekanslı bir ses çıkarır.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

2.1. 12. ve 24. perdelere basıldığında titreşen uzunluğun, telin eşik ile köprü arasındaki uzunluğunun kaç katı olduğunu 2'nin kuvveti olarak yazınız. 24. perdeye basıldığında titreşen uzunluğu milimetre cinsinden bulunuz. 5. tele 24. perdeden basılarak çıkarılan sesin frekansını üslü gösterimlerle işlem yaparak hesaplayınız. (5 puan)

2.2. Eşikten 6. perdeye geçerken ve 6. perdeden 12. perdeye geçerken titreşen uzunluk aynı sayıyla (k ile) çarpılarak kısalır. Bu bilgiden yararlanarak k sayısını bulmanızı sağlayacak eşitliği yazınız. k sayısını köklü gösterimle bulup paydasını rasyonel sayı yapınız. (5 puan)

3. Uluslararası futbol kurallarına göre resmî maçlarda kullanılan topun kütlesi, maçın başında 410 g ile 450 g arasında (410 ve 450 dâhil) olmalıdır. Bir spor malzemesi fabrikasındaki üretim hattı, topları 422 g kütleli olacak biçimde üretmek üzere ayarlanmıştır. Ancak bu hatta üretilen bir topun kütlesi, ayarlanan değerden en fazla 15 g sapabilmektedir. (Bu metin soru için hazırlanmıştır.)

Kütleler gram cinsinden alınmak üzere aşağıdaki soruları cevaplayınız.

3.1. Resmî maçlarda kullanılabilecek topların kütlelerini K kümesiyle gösterelim. K kümesini önce aralık olarak, sonra ortak özellik yöntemiyle yazınız. Aralığın orta noktasından yararlanarak K kümesini mutlak değer içeren bir eşitsizlikle de ifade ediniz. (4 puan)

3.2. Üretim hattında üretilebilecek topların kütlelerinden oluşan küme U olsun. Önce U kümesini veren mutlak değerli eşitsizliği yazınız, ardından U kümesini aralık gösterimiyle ifade ediniz. Bu hatta üretilebilen ancak resmî maçlarda kullanılamayan topların kütlelerinden oluşan kümeyi küme sembolleriyle gösterip aralık olarak yazınız ve sayı doğrusu üzerinde işaretleyiniz. Bu sonuca dayanarak hattan çıkan her topun resmî maçlarda kullanılıp kullanılamayacağını tartışınız. (6 puan)

4. Bir madde, erime sıcaklığı ile kaynama sıcaklığı arasındaki sıcaklıklarda sıvı hâlde bulunabilir. Termometrelerde kullanılan sıvının, ölçülecek sıcaklıklarda sıvı hâlde kalması gerekir. Aşağıdaki tabloda deniz seviyesindeki hava basıncında suyun, etil alkolün ve cıvanın erime ve kaynama sıcaklıkları yaklaşık olarak verilmiştir. Erime ve kaynama sıcaklıklarında da madde sıvı hâlde bulunabilir.

Tablo: Bazı Maddelerin Yaklaşık Erime ve Kaynama Sıcaklıkları

Madde	Erime sıcaklığı (°C)	Kaynama sıcaklığı (°C)
Su	0	100
Etil alkol	−114	78
Cıva	−39	357

Bilgi: Cıva zehirli bir madde olduğundan cıvalı termometrelerin kullanımı günümüzde birçok ülkede sınırlandırılmıştır.

Suyun, etil alkolün ve cıvanın sıvı hâlde bulunabildiği sıcaklıklardan (°C) oluşan kümeler sırasıyla S, E ve C olsun. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

4.1. S, E ve C kümelerini aralık olarak yazınız. Bu üç aralığı, alt alta çizeceğiniz üç ayrı sayı doğrusu üzerinde gösteriniz. (5 puan)

4.2. Alkollü termometreler, cıvalı termometrelerin ölçüm yapamadığı bazı sıcaklıklarda da kullanılabilir. Etil alkolün sıvı hâlde bulunabildiği ancak cıvanın sıvı hâlde bulunamadığı sıcaklıkların kümesini E ve C kümelerini kullanarak küme sembolleriyle yazınız. Bu kümeyi aralık gösterimiyle ve ortak özellik yöntemiyle ifade edip sayı doğrusu üzerinde gösteriniz. (5 puan)

4.3. Tablodaki maddelerin hepsinin birlikte sıvı hâlde bulunabildiği sıcaklıklar ile bu maddelerden en az birinin sıvı hâlde bulunabildiği sıcaklıklar hangi küme işlemleriyle bulunur? Bu işlemleri S, E ve C sembolleriyle yazıp sonuçları aralık olarak veriniz. Antarktika'nın iç kesimlerinde hava sıcaklığının −60 °C olduğu bir günde bu maddelerden hangilerinin sıvı hâlde bulunabileceğini küme sembolleriyle açıklayınız. (5 puan)

5. Bir robotik kodlama atölyesinde kullanılan çizim robotu, kenar uzunluğu 1 cm olan karelerden oluşan kareli bir kâğıt üzerinde çalışmaktadır. Robot, kalemi kâğıttan kaldırmadan, her adımda bir karenin bir köşesinden karşı köşesine gider; yani yalnızca karelerin köşegenleri boyunca ilerler. Bir karenin köşegen uzunluğu $\sqrt{2}$ cm olduğundan robotun k adımda çizdiği çizginin uzunluğu $k\sqrt{2}$ cm olur. Kâğıdın büyüklüğü göz ardı edildiğinde robotun en az bir adım atarak çizebileceği çizgi uzunluklarının (cm) kümesi

$A = \{x \mid x = k\sqrt{2}, k \in \mathbb{Z}^+\}$

biçiminde ifade edilmektedir. (Bu metin soru için hazırlanmıştır.)

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

5.1. A kümesinin rasyonel sayılar ($\mathbb{Q}$), irrasyonel sayılar ($\mathbb{Q}'$) ve gerçek sayılar ($\mathbb{R}$) kümelerinden hangilerinin alt kümesi olduğunu, hangilerinin alt kümesi olmadığını sembollerle yazınız. $\mathbb{Q}'$ kümesinin A kümesinin alt kümesi olup olmadığını da belirleyiniz. Her yargınızı bir gerekçe ya da karşıt örnekle destekleyiniz. (5 puan)

5.2. Robot 3 adımda $3\sqrt{2}$ cm, 4 adımda $4\sqrt{2}$ cm uzunluğunda çizgi çizer. Bir öğrenci "Robot, uzunluğu $3\sqrt{2}$ cm ile $4\sqrt{2}$ cm arasında olan 5 cm'lik bir çizgi de çizebilir." demiştir. A kümesinin sıralı olup olmadığını ve arada olma özelliğine sahip olup olmadığını inceleyip gerçek sayılar kümesiyle karşılaştırarak öğrencinin ifadesinin doğru olup olmadığına karar veriniz. (5 puan)

5.3. A kümesinin iki elemanı toplandığında ya da çarpıldığında sonucun yine A kümesinde olup olmadığını inceleyiniz. A kümesinin kapalı olduğu işlemi genel bir cebirsel gösterimle, kapalı olmadığı işlemi bir karşıt örnekle gösteriniz. Bu sonuca göre robotun art arda çizdiği iki çizginin toplam uzunluğunun, robotun tek seferde çizebileceği bir uzunluk olup olmadığını açıklayınız. (5 puan)

6. Bir kitabevinde 500 TL'ye satılan bir sözlüğün fiyatı art arda iki kez %10 artırılmıştır. Bir müşteri "Fiyat toplam %20 arttı, sözlük artık 600 TL olmalı." demiştir. Kitabevinde çalışan Deniz Bey ise her artışta fiyatın 1,1 ile çarpıldığını söylemiş ve iki artışın etkisini aşağıdaki gibi hesaplamıştır. (Bu metin soru için hazırlanmıştır.)

$1{,}1^2 = (1 + 0{,}1)^2 = 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot 0{,}1 + 0{,}1^2 = 1 + 0{,}2 + 0{,}01 = 1{,}21$

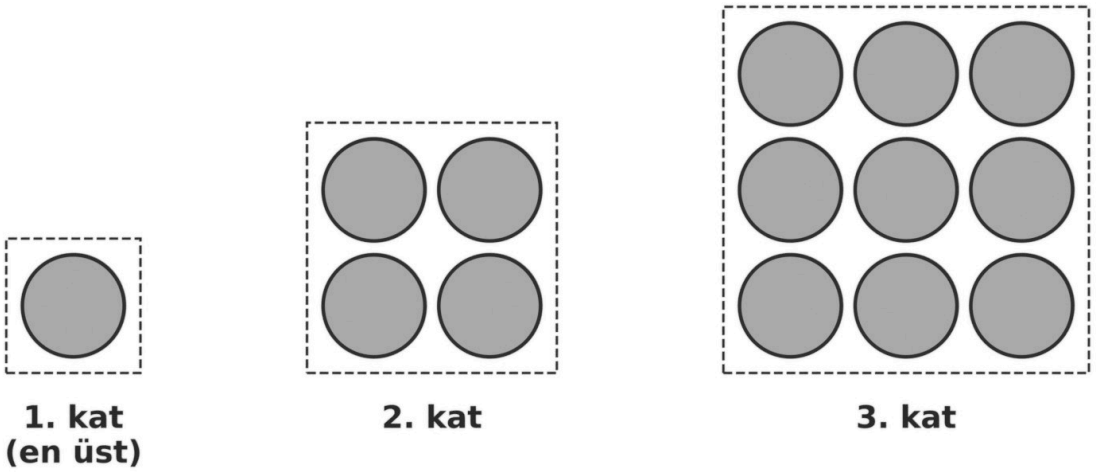
Deniz Bey bu sonuca göre fiyatın %21 artarak $500 \cdot 1{,}21 = 605$ TL olduğunu göstermiştir.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

6.1. Deniz Bey'in hesabında 1 yerine a, 0,1 yerine b yazarak genel bir eşitlik elde ediniz. Bu eşitliğin her $a, b \in \mathbb{R}$ için sağlandığını, her adımda yararlandığınız işlem özelliğinin adını (dağılma, değişme vb.) yazarak ispatlayınız. (5 puan)

6.2. Fiyatı art arda iki kez %5 artırılan bir ürünün fiyatındaki toplam artış oranını 6.1'de elde ettiğiniz eşitlikten yararlanarak bulunuz. Bir fiyat %r oranında artırıldığında yeni fiyat, eski fiyatın (1 + k) katı olur; burada k = r/100'dür. Buna göre "Art arda iki kez %r (r > 0) oranında artırılan bir fiyattaki toplam artış her zaman %2r'den fazladır." önermesinin doğru olup olmadığını cebirsel olarak gösteriniz. (5 puan)

7. Bir manav, portakalları tezgâhında kare tabanlı bir piramit biçiminde dizmektedir. Piramidin en üst katında 1 portakal vardır. Her kattaki portakallar kare biçiminde dizilmiştir ve her katın bir kenarındaki portakal sayısı, hemen üstündeki katın bir kenarındaki portakal sayısından 1 fazladır. Aşağıdaki şekilde piramidin yukarıdan ilk üç katı ayrı ayrı, üstten görünümüyle verilmiştir. (Bu metin soru için hazırlanmıştır.)



Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

7.1. Piramitte yukarıdan aşağıya doğru 1. kattan 2. kata, 2. kattan 3. kata ve 3. kattan 4. kata inildikçe portakal sayısının ne kadar arttığını hesaplayınız. $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere yukarıdan n. katın bir kenarındaki ve bu kattaki toplam portakal sayısını n'ye bağlı olarak yazınız. Ardından n. kat ile hemen altındaki (n + 1). kat arasındaki portakal sayısı farkını iki tam kare sayının farkı olarak gösteriniz. (4 puan)

7.2. Manavın yanında çalışan bir öğrenci şu genellemeyi yapmıştır: "Ardışık iki kattaki portakal sayılarının farkı, bu iki katın birer kenarındaki portakal sayılarının toplamına eşittir." Bu genellemeyi uygun niceleyiciyi kullanarak sembolik dille yazınız. Genellemenin her pozitif tam sayı için doğru olduğunu bir özdeşlik kullanarak ispatlayınız. (4 puan)

7.3. Manav, piramidin ardışık iki katından alttakinde üsttekinden 30 portakal fazla olduğunu söylemiştir. 7.2'de ispatladığınız sonuca dayanarak böyle iki katın bulunup bulunamayacağını gerekçesiyle açıklayınız. (2 puan)

8. Bir iş merkezindeki asansör, giriş katının 30 m yukarısındaki bir kattan harekete geçmiştir. Asansör hiç durmadan her saniyede 2 m alçalarak 18 saniye sonra giriş katının 6 m altındaki otopark katına ulaşmıştır. Asansörün harekete geçmesinden x saniye sonra giriş katına göre yüksekliği (m), [0, 18] aralığında tanımlı h doğrusal fonksiyonuyla modellenmiştir. Bu modelde giriş katının altındaki konumlar negatif sayılarla gösterilmekte, asansörün hızlanma ve yavaşlama süreleri göz ardı edilmektedir. (Bu metin soru için hazırlanmıştır.)

f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f(x) = x şeklinde tanımlı f doğrusal referans fonksiyonu olmak üzere aşağıdaki soruları cevaplayınız.

8.1. Asansörün yüksekliğini zamana bağlı olarak veren h fonksiyonunun kuralını yazınız. Bu kuralı f fonksiyonuyla ilişkilendirerek h fonksiyonunun grafiğinin f fonksiyonunun grafiğinden hangi dönüşümlerle, hangi sırayla elde edildiğini adım adım açıklayınız. (5 puan)

8.2. Asansörün giriş katı hizasından geçtiği anı, h fonksiyonunun sıfırını bularak belirleyiniz. h fonksiyonunun işaretini bir tabloda gösterip asansörün giriş katının altında olduğu anların kümesini aralık gösterimiyle yazınız. (5 puan)

9. Ölçüm cihazlarının gösterdiği değerler, gerçek değerlerden farklı olabilir. Bir kargo şubesindeki baskülün sıfır ayarı bozulmuştur. Bu baskül, kütlesi x kg olan bir yükü (x + 2) kg olarak göstermektedir; yani baskülde görülen değer B(x) = x + 2 fonksiyonuyla bulunur. Baskülün tartabileceği en büyük kütle 150 kg'dır. Bir otomobilin hız göstergesinde ise otomobil hareket hâlindeyken gerçek hızı x km/sa olduğunda G(x) = 1,04x + 3 değeri (km/sa) görülmektedir. (Bu metin soru için hazırlanmıştır.)

f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f(x) = x şeklinde tanımlı f doğrusal referans fonksiyonu olmak üzere aşağıdaki soruları cevaplayınız.

9.1. B fonksiyonunu f fonksiyonu cinsinden yazarak B'nin grafiğinin f'nin grafiğinden hangi dönüşümle elde edildiğini belirtiniz. Baskülde tartılabilecek yükleri göz önünde bulundurarak B fonksiyonunun tanım ve görüntü kümelerini aralık olarak yazınız. B(x) = 0 denklemini çözünüz; bulduğunuz değerin B fonksiyonunun sıfırı olup olmadığını ve bunun baskülün kullanımı açısından ne anlama geldiğini açıklayınız. (5 puan)

9.2. G ve f fonksiyonlarını temsil eden doğruların eğimlerini karşılaştırıp bu farkın hız göstergesi açısından ne anlama geldiğini yazınız. Göstergenin gerçek hızı aynen gösterdiği bir hızın var olup olmadığını G(x) = f(x) denkleminden yararlanarak araştırınız. Otomobil hareket hâlindeyken göstergedeki değerin gerçek hızdan büyük mü küçük mü olduğunu cebirsel olarak gerekçelendiriniz. (5 puan)

ÖĞRENME ÇIKTILARI VE BECERİLER

SORU NO	ÖĞRENME ÇIKTISI	BECERİLER
1	9.1.1. Gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimleriyle yapılan işlemlere dair muhakeme yapabilme	KB2.16.3. Analojik Akıl Yürütme; MAB2. Matematiksel Problem Çözme
2	9.1.1. Gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimleriyle yapılan işlemlere dair muhakeme yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.10. Çıkarım Yapma); MAB2. Matematiksel Problem Çözme
3	9.1.2. Gerçek sayı aralıklarının gösteriminde ve aralıklarla ilgili işlemlerde küme sembol ve işlemlerinden yararlanabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.10. Çıkarım Yapma); MAB3. Matematiksel Temsil (MAB3.1. Matematiksel Temsillerden Yararlanma)
4	9.1.2. Gerçek sayı aralıklarının gösteriminde ve aralıklarla ilgili işlemlerde küme sembol ve işlemlerinden yararlanabilme	KB2.16.3. Analojik Akıl Yürütme; MAB3. Matematiksel Temsil (MAB3.1. Matematiksel Temsillerden Yararlanma)
5	9.1.3. Farklı sayı kümelerinin özellikleri hakkında muhakeme yapabilme	KB2.7. Karşılaştırma; MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.10. Çıkarım Yapma)
6	9.1.4. Gerçek sayıların işlem özelliklerini cebirsel olarak ifade etmede analojik akıl yürütebilme	KB2.16.3. Analojik Akıl Yürütme; MAB2. Matematiksel Problem Çözme
7	9.1.4. Gerçek sayıların işlem özelliklerini cebirsel olarak ifade etmede analojik akıl yürütebilme	KB2.16.3. Analojik Akıl Yürütme; MAB1. Matematiksel Muhakeme (MAB1.1. Matematiksel Doğrulama veya İspat Yapma)
8	9.2.1. Gerçek sayılarda f(x) = x şeklinde tanımlı doğrusal referans fonksiyonun nitel özellikleri ile bu fonksiyondan türetilen g(x) = a · f(x ± r) ± k, (a, r, k ∈ ℝ, a≠0) doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (MAB1.3. Çıkarım Yapma); MAB2. Matematiksel Problem Çözme
9	9.2.1. Gerçek sayılarda f(x) = x şeklinde tanımlı doğrusal referans fonksiyonun nitel özellikleri ile bu fonksiyondan türetilen g(x) = a · f(x ± r) ± k, (a, r, k ∈ ℝ, a≠0) doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (MAB1.3. Çıkarım Yapma); MAB3. Matematiksel Temsil (MAB3.1. Matematiksel Temsillerden Yararlanma)

PUANLAMA TABLOSU									
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**TOPLAM**
10	*10*	*10*	*15*	*15*	*10*	*10*	*10*	*10*	***100***

Bu sınav, 2026-2027 eğitim öğretim yılı 1. dönem konu-soru dağılım tablosundaki 1. ortak yazılı **Senaryo 3** dağılımına göre, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli 9. sınıf öğretim programı esas alınarak hazırlanmıştır. Bu kâğıt, aynı senaryonun 2. sürümüdür: öğrenme çıktıları, soru sayısı ve puanlar 1. sürümle aynı, sorular farklıdır. Hazırlayan: Murat Altun. Bu sorular Claude tarafından hazırlanmıştır. Millî Eğitim Bakanlığının resmî yayını değildir; görseller Blender ile oluşturulmuştur.

ÇÖZÜMLER

1. Doğru cevap:

1.1. **(4 puan)**

- Terasın ve tarhın kenar uzunluklarını $\sqrt{80} = \sqrt{(16 \cdot 5)} = 4\sqrt{5}$ m ve $\sqrt{20} = \sqrt{(4 \cdot 5)} = 2\sqrt{5}$ m biçiminde kök dışına çıkararak bulma (2 puan; yalnızca biri doğruysa 1 puan)
- Kökleri aynı olan ifadelerle işlem yaparak uzaklığı $(4\sqrt{5} - 2\sqrt{5}) \div 2 = 2\sqrt{5} \div 2 = \sqrt{5}$ m bulma **(2 puan)**

1.2. **(6 puan)**

- Terasın çevresini $4 \cdot 4\sqrt{5} = 16\sqrt{5}$ m ve tarhın çevresini $4 \cdot 2\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$ m olarak belirleme **(2 puan)**
- Gereken şeridin toplam uzunluğunu $16\sqrt{5} + 8\sqrt{5} = (16 + 8)\sqrt{5} = 24\sqrt{5}$ m bulma **(1 puan)**
- $\sqrt{5} > 2{,}2$ olduğundan eşitsizliğin taraflarını 24 ile çarparak $24\sqrt{5} > 52{,}8$ bulma ($52{,}8 < 24\sqrt{5} < 55{,}2$ biçiminde iki sınırın birlikte yazılması da kabul edilir) **(2 puan)**
- $24\sqrt{5} > 52{,}8 > 50$ olduğundan gereken şeridin 50 m'den uzun olduğunu, bu nedenle eldeki şeridin yetmeyeceğini ve kararın $\sqrt{5}$ sayısının alt sınırı (2,2) kullanılarak verildiğini belirtme **(1 puan)**

Örnek doğru cevap: 1.1. Terasın bir kenarı $\sqrt{80} = \sqrt{(16 \cdot 5)} = 4\sqrt{5}$ m, tarhın bir kenarı $\sqrt{20} = \sqrt{(4 \cdot 5)} = 2\sqrt{5}$ m'dir. Tarh terasın tam ortasında olduğundan iki yandaki boşluklar eşittir. Bir yandaki boşluk $(4\sqrt{5} - 2\sqrt{5}) \div 2 = 2\sqrt{5} \div 2 = \sqrt{5}$ m'dir. 1.2. Terasın çevresi $4 \cdot 4\sqrt{5} = 16\sqrt{5}$ m, tarhın çevresi $4 \cdot 2\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$ m'dir. Toplam $16\sqrt{5} + 8\sqrt{5} = 24\sqrt{5}$ m şerit gerekir. $\sqrt{5} > 2{,}2$ olduğundan $24\sqrt{5} > 24 \cdot 2{,}2 = 52{,}8$ olur. Gereken şerit 52,8 m'den uzundur. $52{,}8 > 50$ olduğundan otelde bulunan 50 m'lik şerit yetmez. Bu kararı vermek için $\sqrt{5}$'in alt sınırını kullandım; üst sınırdan elde edilen $24\sqrt{5} < 55{,}2$ bilgisi tek başına karar vermeye yetmez.

Yanlış cevap: Kenar uzunluklarını alanların dörtte biri (20 m ve 5 m) olarak alan; $\sqrt{80} - \sqrt{20} = \sqrt{60}$ biçiminde köklerin içinde çıkarma yapan; uzaklığı ikiye bölmeden $2\sqrt{5}$ m bulan; şeridin uzunluğunu yalnızca terasın çevresi ($16\sqrt{5}$ m) olarak alan; $\sqrt{5} < 2{,}3$ kullanarak $24\sqrt{5} < 55{,}2$ bulup yalnızca bu bilgiye dayanarak şeridin yeteceğine karar veren; $24 \cdot 2{,}2$ çarpımını yanlış yapıp şeridin yeteceğini söyleyen cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz. Cevap verilmemesi durumunda 0 puan verilir.

2. Doğru cevap:

2.1. **(5 puan)**

- Titreşen uzunluk her 12 perdede yarıya indiğinden 12. perdede bu uzunluğun 2^{-1} katı, 24. perdede $2^{-1} \cdot 2^{-1} = 2^{-2}$ katı olduğunu bulma **(2 puan)**
- 24. perdede titreşen uzunluğu $648 \cdot 2^{-2} = 648 \div 4 = 162$ mm bulma **(1 puan)**
- Titreşen uzunluk iki kez yarıya indiği için frekansın iki kez 2 katına çıktığını belirterek frekansı $110 \cdot 2 \cdot 2 = 110 \cdot 2^2 = 440$ Hz bulma **(2 puan)**

2.2. **(5 puan)**

- Titreşen uzunluğun önce k, sonra yine k ile çarpılarak 12. perdede yarıya indiğini belirterek $k \cdot k = 1/2$, yani $k^2 = 2^{-1}$ eşitliğini yazma **(2 puan)**
- k pozitif olduğundan $k = \sqrt{(1/2)} = 1/\sqrt{2}$ bulma **(2 puan)**
- Paydayı rasyonel sayı yaparak $k = (1 \cdot \sqrt{2})/(\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}) = \sqrt{2}/2$ yazma **(1 puan)**

(Öğretmen için not: 440 Hz frekanslı La sesi, çalgıların akort edilmesinde uluslararası referans ses olarak kullanılır.)

Örnek doğru cevap: 2.1. 12. perdede titreşen uzunluk telin uzunluğunun yarısı, yani 2^{-1} katıdır. 12. perdeden 24. perdeye geçerken uzunluk bir kez daha yarıya iner. 24. perdede titreşen uzunluk $2^{-1} \cdot 2^{-1} = 2^{-2}$ katıdır. Bu uzunluk $648 \cdot 2^{-2} = 162$ mm'dir. Uzunluk iki kez yarıya indiğinden frekans iki kez 2 katına çıkar. Sesin frekansı $110 \cdot 2^2 = 440$ Hz olur. 2.2. Eşikten 12. perdeye kadar titreşen uzunluk iki kez k ile çarpılır ve yarıya iner. Bu nedenle $k \cdot k = 1/2$ olur. $k > 0$ olduğundan $k = 1/\sqrt{2}$ bulunur. Paydayı rasyonel yapmak için pay ve payda $\sqrt{2}$ ile çarpılırsa $k = \sqrt{2}/2$ olur.

Yanlış cevap: 24. perdede titreşen uzunluğu 2^{-2} yerine 2^{-24} katı ya da $648 \div 24 = 27$ mm bulan; frekansın da yarıya indiğini düşünerek 27,5 Hz bulan ya da frekansı $110 \cdot 24$ Hz bulan; k sayısını 1/12 ya da 1/4 alan; $k^2 = 1/2$ eşitliğinden $k = 1/4$ bulan; $1/\sqrt{2}$ ifadesinde paydayı rasyonel yaptığını düşünerek 1/2 yazan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz. Cevap verilmemesi durumunda 0 puan verilir.

3. Doğru cevap:

3.1. **(4 puan)**

- Aralık gösterimini K = [410, 450] biçiminde yazma **(1 puan)**
- Ortak özellik yöntemiyle K = {x | 410 ≤ x ≤ 450, x ∈ ℝ} biçiminde yazma **(1 puan)**
- Aralığın orta noktasını (410 + 450) ÷ 2 = 430 ve orta noktanın uç noktalara uzaklığını 20 bularak |x − 430| ≤ 20 mutlak değerli eşitsizliğini yazma **(2 puan)**

3.2. **(6 puan)**

- |x − 422| ≤ 15 mutlak değerli eşitsizliğini yazma **(1 puan)**
- −15 ≤ x − 422 ≤ 15 ve 407 ≤ x ≤ 437 olduğundan U = [407, 437] bulma **(1 puan)**
- Hatta üretilebilen ancak resmî maçlarda kullanılamayan topların kütlelerinin kümesini U \ K (ya da U ∩ K′) biçiminde ifade etme **(1 puan)**
- U \ K = [407, 410) bulma **(1 puan)**
- Sayı doğrusunda 407 noktasını içi dolu, 410 noktasını içi boş daire ile işaretleyip aradaki bölümü gösterme **(1 puan)**
- U ⊄ K olduğunu, kütlesi 407 g ile 410 g arasında (407 dâhil, 410 hariç) olan topların resmî maçlarda kullanılamayacağını, bu nedenle hattan çıkan her topun resmî maçlara uygun olmadığını yorumlama (kütlesi [410, 437] aralığında olan topların ise kullanılabileceğini belirtmek de kabul edilir) **(1 puan)**

Örnek doğru cevap: 3.1. K = [410, 450] kapalı aralığıdır. Ortak özellik yöntemiyle K = {x | 410 ≤ x ≤ 450, x ∈ ℝ} yazılır. 410 ile 450'nin tam ortasındaki sayı (410 + 450) ÷ 2 = 430'dur ve 430'un uç noktalara uzaklığı 20'dir. Bu nedenle K kümesi |x − 430| ≤ 20 eşitsizliğiyle gösterilir. 3.2. Bir topun kütlesi 422 g'dan en fazla 15 g sapabildiğinden |x − 422| ≤ 15 yazılır. Buradan −15 ≤ x − 422 ≤ 15 ve 407 ≤ x ≤ 437 olur; U = [407, 437] bulunur. Hatta üretilebilen ancak resmî maçlarda kullanılamayan topların kütleleri U \ K kümesindedir ve U \ K = [407, 410) olur. Sayı doğrusunda 407 içi dolu, 410 içi boş daire ile gösterilir ve aradaki bölüm taranır. U kümesinin K kümesinde olmayan elemanları vardır, yani U ⊄ K'dır. Kütlesi 407 g ile 410 g arasında olan bir top üretilebilir ve bu top resmî maçta kullanılamaz. Bu nedenle hattan çıkan topların hepsi resmî maçlara uygun değildir; topların tartılarak ayrılması gerekir.

Yanlış cevap: K kümesini (410, 450) açık aralığı olarak yazan; K kümesi için mutlak değerli eşitsizliği |x − 422| ≤ 15 ya da |x − 410| ≤ 40 biçiminde yazan; U kümesini [422, 437] ya da (407, 437) bulan; istenen kümeyi K \ U ya da U ∩ K biçiminde ifade eden; fark kümesini [407, 410] kapalı aralığı olarak yazan veya sayı doğrusunda 410 noktasını içi dolu daire ile gösteren; "Hat 422 g'a ayarlandığı ve 422 g resmî sınırlar içinde olduğu için bütün toplar resmî maçlarda kullanılabilir." biçiminde yorum yapan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz. Cevap verilmemesi durumunda 0 puan verilir.

4. Doğru cevap:

4.1. **(5 puan)**

- S = [0, 100], E = [−114, 78] ve C = [−39, 357] kapalı aralıklarını yazma (3 puan; her aralık 1 puan)
- Her aralığı sayı doğrusunda uç noktaları içi dolu daire ile işaretleyerek gösterme (2 puan; yalnızca bir veya iki aralık doğru gösterildiyse 1 puan)

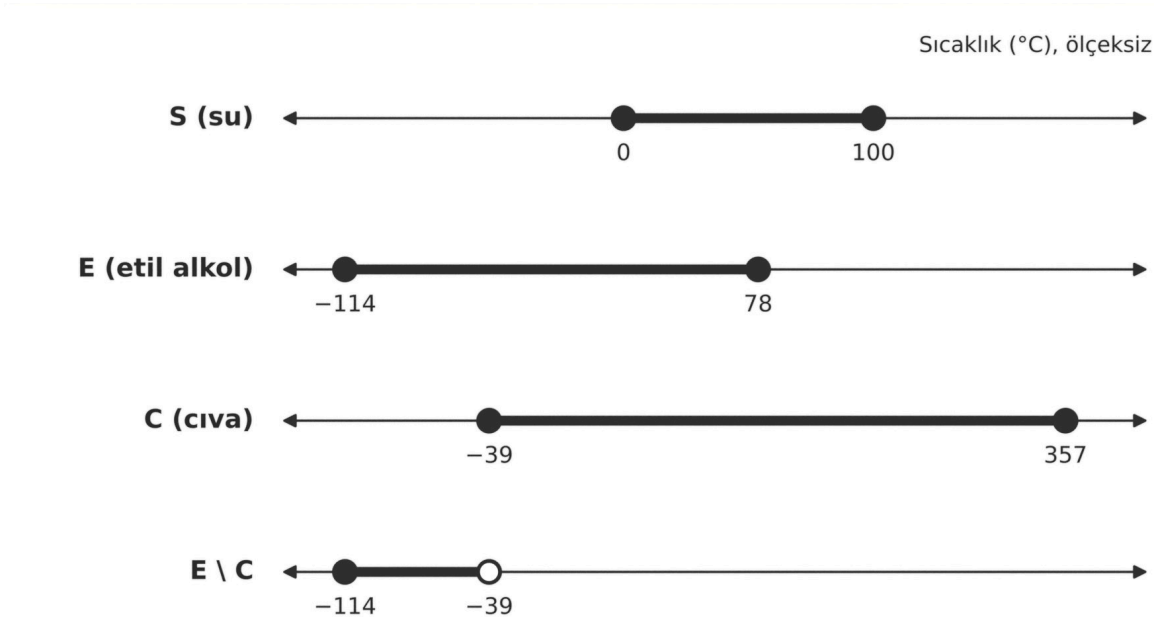
4.2. **(5 puan)**

- Etil alkolün sıvı olduğu ancak cıvanın sıvı olmadığı sıcaklıkların kümesini E \ C (ya da E ∩ C′) biçiminde ifade etme **(1 puan)**
- E \ C = [−114, −39) bulma **(2 puan)**

- Ortak özellik yöntemiyle {x | −114 ≤ x < −39, x ∈ ℝ} biçiminde yazma **(1 puan)**
- Sayı doğrusunda −114 noktasını içi dolu, −39 noktasını içi boş daire ile işaretleyerek gösterme **(1 puan)**

4.3. **(5 puan)**

- Üç maddenin de sıvı olduğu sıcaklıkların kümesini S ∩ E ∩ C = [0, 78] bulma (2 puan; yalnızca sembolle ifade edilip aralık yanlış bulunduysa 1 puan)
- En az birinin sıvı olduğu sıcaklıkların kümesini S ∪ E ∪ C = [−114, 357] bulma (2 puan; yalnızca sembolle ifade edilip aralık yanlış bulunduysa 1 puan)
- −60 ∈ E, −60 ∉ S ve −60 ∉ C olduğundan −60 °C'ta bu maddelerden yalnızca etil alkolün sıvı hâlde bulunabileceğini açıklama (−60 ∈ E \ C ya da −60 ∉ S ∪ C yazılarak yapılan açıklama da kabul edilir) **(1 puan)**



Örnek doğru cevap: 4.1. S = [0, 100], E = [−114, 78], C = [−39, 357] olur. Erime ve kaynama sıcaklıkları kümelere dâhil olduğundan uç noktalar sayı doğrusunda içi dolu daire ile gösterilir (şekil). 4.2. Etil alkolün sıvı olduğu ancak cıvanın sıvı olmadığı sıcaklıklar E kümesinde olup C kümesinde olmayan sıcaklıklardır. Bu küme E \ C ile gösterilir ve E \ C = [−114, −39) olur. Ortak özellik yöntemiyle E \ C = {x | −114 ≤ x < −39, x ∈ ℝ} yazılır. −39 °C'ta cıva sıvı hâlde bulunabildiğinden −39 kümeye dâhil değildir; sayı doğrusunda içi boş daire ile gösterilir. 4.3. Üç maddenin de sıvı olduğu sıcaklıklar S ∩ E ∩ C = [0, 78] kümesindedir. En az birinin sıvı olduğu sıcaklıklar S ∪ E ∪ C = [−114, 357] kümesindedir. −60 ∈ E ancak −60 ∉ S ve −60 ∉ C olduğundan −60 °C'ta yalnızca etil alkol sıvı hâlde bulunabilir. Bu nedenle Antarktika'da alkollü termometre kullanılabilir.

Yanlış cevap: Aralıkları açık aralık olarak yazan ya da uç noktaları içi boş daire ile gösteren; negatif uç noktaları pozitif yazan (ör. E = [114, 78]); istenen kümeyi C \ E ya da E ∩ C biçiminde ifade eden; E \ C kümesini [−114, −39] ya da (−114, −39) bulan; −60 °C'ta cıvanın da sıvı olduğunu söyleyen cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz. Kesişim ve birleşim kümelerinin aralıklarını karıştırarak S ∩ E ∩ C = [−114, 357] ve S ∪ E ∪ C = [0, 78] yazan öğrenci, işlemleri sembolle doğru ifade ettiği için bu iki ölçütün her birinden yalnızca 1 puan alır. Cevap verilmemesi durumunda 0 puan verilir.

5. Doğru cevap:

5.1. **(5 puan)**

- $A \subset \mathbb{Q}'$ olduğunu, $k\sqrt{2}$ sayısı rasyonel olsaydı $\sqrt{2} = (k\sqrt{2}) \div k$ sayısının da iki rasyonel sayının bölümü olarak rasyonel olacağı, oysa $\sqrt{2}$'nin irrasyonel olduğu gerekçesiyle belirtme ("Sıfırdan farklı bir rasyonel sayı ile bir irrasyonel sayının çarpımı irrasyoneldir." gerekçesi de kabul edilir) (2 puan; gerekçesiz yalnızca ilişki yazıldıysa 1 puan)
- $A \subset \mathbb{R}$ olduğunu, A'nın her elemanı bir irrasyonel sayı ve $\mathbb{Q}' \subset \mathbb{R}$ olduğu gerekçesiyle belirtme **(1 puan)**
- $A \not\subset \mathbb{Q}$ olduğunu karşıt örnekle gösterme (ör. $\sqrt{2} \in A$ ancak $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$) **(1 puan)**
- $\mathbb{Q}' \not\subset A$ olduğunu karşıt örnekle gösterme (ör. $-\sqrt{2} \in \mathbb{Q}'$ ancak $-\sqrt{2} \notin A$; $\pi \in \mathbb{Q}'$ ancak $\pi \notin A$ gibi başka doğru örnekler de kabul edilir) **(1 puan)**

5.2. **(5 puan)**

- A kümesinin sıralı olduğunu, elemanlarının birbiriyle karşılaştırılabildiğini belirtme (ör. $3\sqrt{2} < 4\sqrt{2}$) **(1 puan)**
- A kümesinde arada olma özelliğinin olmadığını gösterme: 3 ile 4 arasında pozitif tam sayı bulunmadığından $3\sqrt{2}$ ile $4\sqrt{2}$ arasında A kümesinin hiçbir elemanı yoktur **(2 puan)**
- Gerçek sayılar kümesinde arada olma özelliği olduğunu, 5 sayısının $3\sqrt{2}$ ile $4\sqrt{2}$ arasında bir gerçek sayı olduğunu ($3\sqrt{2} = \sqrt{18} < \sqrt{25} = 5 < \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$) ancak $5 = k\sqrt{2}$ eşitliğini sağlayan bir pozitif tam sayı bulunmadığından $5 \notin A$ olduğunu belirterek öğrencinin ifadesinin yanlış olduğunu açıklama **(2 puan)**

5.3. **(5 puan)**

- A kümesinin toplama işlemine göre kapalı olduğunu cebirsel olarak gösterme: $k, m \in \mathbb{Z}^+$ için $k\sqrt{2} + m\sqrt{2} = (k + m)\sqrt{2}$ ve $k + m \in \mathbb{Z}^+$ olduğundan sonuç A kümesinin elemanıdır **(2 puan)**
- A kümesinin çarpma işlemine göre kapalı olmadığını karşıt örnekle gösterme: $\sqrt{2} \in A$ olduğu hâlde $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$ rasyonel bir sayıdır ve $2 \notin A$ ($3\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 18$ gibi başka doğru karşıt örnekler de kabul edilir) **(2 puan)**
- A toplama işlemine göre kapalı olduğundan art arda çizilen $k\sqrt{2}$ cm ve $m\sqrt{2}$ cm'lik iki çizginin toplam uzunluğunun $(k + m)\sqrt{2}$ cm olduğunu, bunun da robotun tek seferde $k + m$ adımda çizebileceği bir uzunluk olduğunu açıklama **(1 puan)**

Örnek doğru cevap: 5.1. k pozitif bir tam sayı olmak üzere $k\sqrt{2}$ rasyonel olsaydı $\sqrt{2} = (k\sqrt{2}) \div k$ sayısı da rasyonel olurdu. $\sqrt{2}$ irrasyonel olduğundan $k\sqrt{2}$ de irrasyoneldir. Bu nedenle $A \subset \mathbb{Q}'$ olur. $\mathbb{Q}' \subset \mathbb{R}$ olduğundan $A \subset \mathbb{R}$ olur. $\sqrt{2} \in A$ ancak $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ olduğundan $A \not\subset \mathbb{Q}$ olur. $-\sqrt{2} \in \mathbb{Q}'$ ancak k pozitif olduğundan $-\sqrt{2} \notin A$'dır; bu nedenle $\mathbb{Q}' \not\subset A$ olur. 5.2. A kümesinin elemanları birbiriyle karşılaştırılabildiğinden A sıralı bir kümedir; örneğin $3\sqrt{2} < 4\sqrt{2}$ olur. 3 ile 4 arasında pozitif tam sayı olmadığından $3\sqrt{2}$ ile $4\sqrt{2}$ arasında A'nın elemanı yoktur. A kümesinde arada olma özelliği yoktur. Gerçek sayılar kümesinde ise arada olma özelliği vardır. $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$ ve $4\sqrt{2} = \sqrt{32}$ olduğundan $\sqrt{18} < \sqrt{25} < \sqrt{32}$, yani $3\sqrt{2} < 5 < 4\sqrt{2}$ olur. Ancak $5 = k\sqrt{2}$ ise $k = 5/\sqrt{2}$ olur ve bu sayı tam sayı değildir; $5 \notin A$'dır. Robot 5 cm'lik çizgi çizemez, öğrencinin ifadesi yanlıştır. 5.3. $k, m \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $k\sqrt{2} + m\sqrt{2} = (k + m)\sqrt{2}$ olur. $k + m$ pozitif tam sayı olduğundan toplam A'nın elemanıdır; A toplama işlemine göre kapalıdır. $\sqrt{2} \in A$ olduğu hâlde $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$ sayısı rasyoneldir ve A'nın elemanı değildir. A çarpma işlemine göre kapalı değildir. A toplama işlemine göre kapalı olduğundan robotun art arda çizdiği iki çizginin toplam uzunluğu da robotun tek seferde çizebileceği bir uzunluktur.

Yanlış cevap: $A \subset \mathbb{Q}$ ya da $\mathbb{Q}' \subset A$ yazan; "A kümesinin elemanları gerçek sayı olduğu için arada olma özelliği vardır." diyen; 5 cm'lik çizginin çizilebileceğini söyleyen; çarpma işleminin kapalı olmadığını göstermek için A kümesinde olmayan sayılarla (ör. $2 \cdot 3$) örnek veren; toplama işleminin kapalılığını

yalnızca tek bir örnekle (ör. $\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$) gösterip genelleme yapan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz. Cevap verilmemesi durumunda 0 puan verilir.

6. Doğru cevap:

6.1. **(5 puan)**

- Yöntemi $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ eşitliği (iki terimin toplamının karesi özdeşliği) olarak yazma **(2 puan)**
- Eşitliğin doğruluğunu işlem özellikleriyle gösterme: $(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b)$ (üslü gösterimin tanımı) $= (a + b) \cdot a + (a + b) \cdot b$ (çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliği) $= a^2 + ba + ab + b^2$ (dağılma özelliği) $= a^2 + ab + ab + b^2$ (çarpma işleminin değişme özelliğiyle $ba = ab$) $= a^2 + (1 + 1) \cdot ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (dağılma özelliğiyle $ab + ab = 2ab$; toplama işleminin birleşme özelliği) (3 puan; adımlar doğru ancak işlem özellikleri belirtilmediyse 2 puan)

6.2. **(5 puan)**

- %5'lik iki artış için $1{,}05^2 = (1 + 0{,}05)^2 = 1 + 2 \cdot 0{,}05 + 0{,}05^2 = 1 + 0{,}1 + 0{,}0025 = 1{,}1025$ bularak toplam artışın %10,25 olduğunu belirtme **(2 puan)**
- İki artış sonunda fiyatın $(1 + k)^2 = 1 + 2k + k^2$ katına çıktığını yazma **(1 puan)**
- Toplam artış oranının $2k + k^2$ olduğunu, $k > 0$ olduğundan $k^2 > 0$ ve $2k + k^2 > 2k$ olduğunu belirterek toplam artışın %2r'den fazla olduğunu, yani önermenin doğru olduğunu gösterme **(2 puan)**

Örnek doğru cevap: 6.1. Deniz Bey $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ özdeşliğini kullanmıştır. $(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b)$ olur. Çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliğinden $(a + b) \cdot (a + b) = (a + b) \cdot a + (a + b) \cdot b$ olur. Yine dağılma özelliğiyle bu ifade $a^2 + ba + ab + b^2$ olur. Çarpma işleminin değişme özelliğinden $ba = ab$'dir. Dağılma özelliğiyle $ab + ab = (1 + 1) \cdot ab = 2ab$ olduğundan sonuç $a^2 + 2ab + b^2$ bulunur. 6.2. $1{,}05^2 = (1 + 0{,}05)^2 = 1 + 0{,}1 + 0{,}0025 = 1{,}1025$ olur. Fiyat %10 değil %10,25 artar. Art arda iki kez %r artış yapılırsa fiyat $(1 + k)^2 = 1 + 2k + k^2$ katına çıkar. Toplam artış oranı $2k + k^2$ olur. $r > 0$ olduğundan $k > 0$ ve $k^2 > 0$'dır. Bu nedenle $2k + k^2 > 2k$ olur. $2k$ oranı %2r'ye karşılık geldiğinden toplam artış her zaman %2r'den fazladır. Önerme doğrudur.

Yanlış cevap: Eşitliği $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ ya da $(a + b)^2 = a^2 + ab + b^2$ biçiminde yazan; eşitliğin doğruluğunu yalnızca sayısal örneklerle (ör. $1{,}1^2 = 1{,}21$) gösterip genelleme yapan; %5'lik iki artışın toplam etkisini %10 bulan ya da $1{,}05^2$ değerini 1,0025 bulan; $(1 + k)^2$ ifadesini $1 + k^2$ ya da $1 + 2k$ olarak açan; k^2 değerinin negatif olabileceğini düşünerek önermenin yanlış olduğunu söyleyen; önermenin doğruluğunu yalnızca birkaç yüzde değerini deneyerek gösteren cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz. Cevap verilmemesi durumunda 0 puan verilir.

7. Doğru cevap:

7.1. **(4 puan)**

- Portakal sayısındaki artışları $2^2 - 1^2 = 3$, $3^2 - 2^2 = 5$ ve $4^2 - 3^2 = 7$ olarak bulma **(1 puan)**
- Yukarıdan n. katın bir kenarında n portakal, bu katta $n \cdot n = n^2$ portakal bulunduğunu yazma **(1 puan)**
- n. kat ile (n + 1). kat arasındaki portakal sayısı farkını, bir kenarında n + 1 portakal bulunan alttaki kattaki portakal sayısından bir kenarında n portakal bulunan üstteki kattaki portakal sayısını çıkararak $(n + 1)^2 - n^2$ biçiminde ifade etme **(2 puan)**

7.2. **(4 puan)**

- Önermeyi $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ için $(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1) + n$ biçiminde sembolik dille yazma **(1 puan)**
- İki terimin karelerinin farkı özdeşliğiyle $(n + 1)^2 - n^2 = [(n + 1) - n] \cdot [(n + 1) + n] = 1 \cdot [(n + 1) + n]$ bulma ya da iki terimin toplamının karesi özdeşliğiyle $(n^2 + 2n + 1) - n^2 = 2n + 1$ bulma **(2 puan)**
- $1 \cdot [(n + 1) + n] = (n + 1) + n$ (ya da $2n + 1 = (n + 1) + n$) olduğunu belirterek farkın iki katın kenarlarındaki portakal sayılarının toplamına eşit olduğunu göstererek ispatı tamamlama **(1 puan)**

7.3. **(2 puan)**

- Farkın $(n + 1) + n = 2n + 1$ olduğunu, $2n + 1 = 30$ eşitliğinden $n = 14{,}5$ bulunduğunu ve n pozitif tam sayı olmadığından (ya da ardışık iki pozitif tam sayının toplamının tek sayı, 30'un ise çift sayı olduğundan) ardışık iki kat arasındaki farkın 30 olamayacağını belirterek manavın ifadesinin yanlış olduğunu açıklama (2 puan; farkın her zaman tek sayı olduğunu belirtip manavın ifadesi hakkında yargıya varmayan cevap 1 puan). (14. kattan 15. kata geçişte farkın 29, 15. kattan 16. kata geçişte 31 olduğunu belirterek açıklayan öğrenci de tam puan alır.)

Örnek doğru cevap: 7.1. 1. kattan 2. kata geçerken $4 - 1 = 3$, 2. kattan 3. kata geçerken $9 - 4 = 5$, 3. kattan 4. kata geçerken $16 - 9 = 7$ portakal artar. Yukarıdan n. katın bir kenarında n portakal, bu katta n^2 portakal vardır. n. kat ile (n + 1). kat arasındaki fark $(n + 1)^2 - n^2$ olur. 7.2. Önerme: $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ için $(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1) + n$'dir. Hipotez: n pozitif tam sayıdır. Hüküm: Ardışık iki kattaki portakal sayılarının farkı, bu katların kenarlarındaki portakal sayılarının toplamına eşittir. İspat: $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ özdeşliğinde $a = n + 1$ ve $b = n$ alınırsa $(n + 1)^2 - n^2 = [(n + 1) - n] \cdot [(n + 1) + n] = 1 \cdot [(n + 1) + n] = (n + 1) + n$ olur. Önerme doğrudur. 7.3. Ardışık iki kat arasındaki fark $(n + 1) + n = 2n + 1$'dir. $2n + 1 = 30$ ise $n = 14{,}5$ olur. n tam sayı olmadığından fark 30 olamaz. 14. kattan 15. kata geçişte fark 29, 15. kattan 16. kata geçişte fark 31'dir. Manavın ifadesi yanlıştır.

Yanlış cevap: Portakal sayısındaki artışları 1, 2, 3 ya da 4, 9, 16 olarak bulan; n. kattaki portakal sayısını 2n ya da n + 1 olarak yazan; farkı $(n + 1)^2$ ya da $(n + 1) - n$ biçiminde yazan; önermeyi yalnızca ilk birkaç kat için doğrulayıp genel ispat yapmayan; $(n + 1)^2$ ifadesinin açılımını $n^2 + 1$ biçiminde yapan; farkın 30 olabileceğini söyleyen cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz. Cevap verilmemesi durumunda 0 puan verilir.

8. Doğru cevap:

8.1. **(5 puan)**

- h: [0, 18] → ℝ, h(x) = −2x + 30 cebirsel temsilini yazma **(2 puan)**
- f fonksiyonunun tanım aralığındaki her elemanın −2 katı ile eşlenmesiyle m(x) = −2x fonksiyonunun grafiğinin elde edildiğini (doğrunun eğimi 1'den −2'ye değişir, doğru azalan olur ve y eksenine daha yakın olur) açıklama **(2 puan)**
- m fonksiyonunun grafiğinin y ekseni boyunca pozitif yönde 30 birim ötelendiğini ve grafiğin [0, 18] aralığıyla sınırlandığını belirtme **(1 puan)**

(h(x) = −2 · f(x − 15) yazarak f fonksiyonunun grafiğinin x ekseni boyunca pozitif yönde 15 birim ötelendiğini ve ardından her elemanın −2 katı ile eşlendiğini açıklayan öğrenci de tam puan alır.)

8.2. **(5 puan)**

- −2x + 30 = 0 denkleminden h fonksiyonunun sıfırını x = 15 bulma **(2 puan)**
- İşaret tablosunu x ∈ [0, 15) için h(x) > 0, x = 15 için h(x) = 0, x ∈ (15, 18] için h(x) < 0 biçiminde oluşturma **(2 puan)**
- Asansörün giriş katının altında bulunduğu zaman aralığını (15, 18] bulma **(1 puan)**

Örnek doğru cevap: 8.1. Asansör harekete geçtiğinde giriş katının 30 m yukarısındadır ve her saniyede 2 m alçalır. Bu nedenle h: [0, 18] → ℝ, h(x) = −2x + 30 olur. f fonksiyonunun tanım aralığındaki her eleman −2 katı ile eşlenirse m(x) = −2x fonksiyonu elde edilir; eğim 1'den −2'ye değişir ve doğru azalan olur. m fonksiyonunun grafiği y ekseni boyunca pozitif yönde 30 birim ötelenip [0, 18] aralığıyla sınırlandırılırsa h fonksiyonunun grafiği elde edilir. 8.2. −2x + 30 = 0 ise x = 15 olur; h fonksiyonunun sıfırı 15'tir. x ∈ [0, 15) için h(x) pozitif, x ∈ (15, 18] için h(x) negatiftir. Asansör (15, 18] aralığındaki anlarda giriş katının altındadır.

Yanlış cevap: Fonksiyonu h(x) = 2x + 30, h(x) = −2x − 30 ya da h(x) = 30x − 2 biçiminde yazan; dönüşümleri "grafik 30 birim sağa ötelenir" biçiminde açıklayan; sıfırı x = −15 ya da x = 30 bulan; işaret tablosunda işaretleri ters yazan; asansörün giriş katının altında olduğu anları [0, 15) olarak yazan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz. Cevap verilmemesi durumunda 0 puan verilir.

9. Doğru cevap:

9.1. **(5 puan)**

- B(x) = f(x) + 2 olduğunu, B fonksiyonunun grafiğinin f fonksiyonunun grafiğinin y ekseni boyunca pozitif yönde 2 birim ötelenmesiyle elde edildiğini açıklama **(2 puan)**. (B(x) = f(x + 2) yazarak grafiğin x ekseni boyunca negatif yönde 2 birim ötelendiğini açıklayan öğrenci de tam puan alır; f(x) = x için iki öteleme aynı doğruyu verir.)
- Tanım kümesini [0, 150], görüntü kümesini [2, 152] yazma (2 puan; yalnızca biri doğruysa 1 puan). (Baskülün üzerinde yük bulunması gerektiğini belirterek tanım kümesini (0, 150], görüntü kümesini (2, 152] yazan öğrenci de bu ölçütten tam puan alır.)
- B(x) = 0 denkleminden x = −2 bulunduğunu, −2 tanım kümesinde olmadığından (kütle negatif olamayacağından) B fonksiyonunun sıfırının olmadığını, baskülün boşken bile 2 kg gösterdiğini ve hiçbir zaman 0 göstermediğini, bu nedenle gerçek kütleyi bulmak için gösterilen değerden 2 kg çıkarılması (ya da baskülün sıfır ayarının yapılması) gerektiğini açıklama **(1 puan)**

9.2. **(5 puan)**

- G fonksiyonunu temsil eden doğrunun eğiminin 1,04, f fonksiyonununkinin 1 olduğunu; 1,04 > 1 olduğundan G fonksiyonunun grafiğinin daha dik olduğunu (gerçek hızdaki 1 km/sa'lik artışın göstergede 1,04 km/sa'lik artışa karşılık geldiğini) belirtme **(1 puan)**
- G(x) = f(x) eşitliğinden 1,04x + 3 = x, 0,04x = −3 ve x = −75 bularak hız negatif olamayacağından göstergenin gerçek hızla aynı değeri gösterdiği bir hızın bulunmadığını belirtme **(2 puan)**
- x > 0 için G(x) − x = 0,04x + 3 > 0 olduğunu (ya da eğimi daha büyük olan G fonksiyonunun grafiğinin kesişim noktasının sağında, dolayısıyla x > 0 için f fonksiyonunun grafiğinin üstünde kaldığını) belirterek göstergedeki değerin her zaman gerçek hızdan büyük olduğunu açıklama **(2 puan)**

(Öğretmen için not: Birleşmiş Milletler Avrupa Ekonomik Komisyonunun 39 numaralı düzenlemesine göre araç hız göstergeleri gerçek hızdan düşük değer gösteremez; gösterilen değer gerçek hızı en fazla gerçek hızın %10'u ile 4 km/sa'in toplamı kadar aşabilir. Sorudaki G fonksiyonu bu sınırlar içindedir; örneğin gerçek hız 100 km/sa iken gösterge 107 km/sa gösterir. Otomobil dururken gösterge 0 gösterir; bu nedenle G modeli yalnızca otomobil hareket hâlindeyken, yani x > 0 için kullanılır.)

Örnek doğru cevap: 9.1. B(x) = x + 2 = f(x) + 2 olduğundan B fonksiyonunun grafiği, f fonksiyonunun grafiğinin y ekseni boyunca pozitif yönde 2 birim ötelenmesiyle elde edilir. Yükün kütlesi 0 ile 150 kg arasında olabileceğinden tanım kümesi [0, 150] olur. B(0) = 2, B(150) = 152 ve B artan bir fonksiyon olduğundan görüntü kümesi [2, 152] olur. B(x) = 0 ise x = −2 bulunur. Kütle negatif olamayacağından −2 tanım kümesinde değildir; B fonksiyonunun sıfırı yoktur. Baskül boşken bile 2 kg gösterir ve hiçbir zaman 0 göstermez. Bu nedenle gerçek kütle, gösterilen değerden 2 kg çıkarılarak bulunmalı ya da baskülün sıfır ayarı yapılmalıdır. 9.2. G fonksiyonunu temsil eden doğrunun eğimi 1,04, f fonksiyonunu temsil eden doğrunun eğimi 1'dir. 1,04 > 1 olduğundan G fonksiyonunun grafiği daha diktir. 1,04x + 3 = x ise 0,04x = −3 ve x = −75 olur. Hız negatif olamayacağından göstergenin gerçek hızla aynı değeri gösterdiği bir hız yoktur. x > 0 için G(x) − x = 0,04x + 3 > 0 olduğundan G(x) > x olur. Otomobil hareket hâlindeyken gösterge her zaman gerçek hızdan daha büyük bir değer gösterir.

Yanlış cevap: B fonksiyonunun grafiğinin x ekseni boyunca pozitif yönde 2 birim ötelendiğini söyleyen; tanım kümesini ℝ ya da [2, 152], görüntü kümesini [0, 150] olarak yazan; B fonksiyonunun sıfırını −2 ya da 2 olarak kabul edip tanım kümesini dikkate almayan; G fonksiyonunun eğimini 3 olarak belirten; 1,04x + 3 = x denkleminden x = 75 bulup göstergenin 75 km/sa'te doğru gösterdiğini söyleyen; "Gerçek hız bazen göstergedeki değerden büyüktür." biçiminde gerekçesiz yargı bildiren cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz. Cevap verilmemesi durumunda 0 puan verilir.