MATEMATİK

9. SINIF

YAZILIYA HAZIRLIK

1. DÖNEM - 1. ORTAK YAZILI · SENARYO 2

TYMM 2026-2027

9. SINIF *9. SINIF* *9. SINIF* *9. SINIF* *9. SINIF* *9. SINIF* *9. SINIF* *9. SINIF* *9. SINIF*

Hazırlayan: **Murat Altun**

Bu sorular Claude tarafından hazırlanmıştır.

1. Uzay araçlarıyla haberleşmede kullanılan radyo sinyalleri, ışık gibi saniyede yaklaşık $3 \cdot 10^5$ km yol alır. Aşağıdaki tabloda Dünya'nın bazı gök cisimlerine ve bir uzay aracına olan uzaklıkları yaklaşık olarak verilmiştir.

Tablo: Dünya'ya Olan Yaklaşık Uzaklıklar

Gök cismi veya uzay aracı	Dünya'ya uzaklığı (km)
Ay	$3{,}84 \cdot 10^5$
Güneş	$1{,}5 \cdot 10^8$
Mars (Dünya'ya en yakın olduğu konumda)	$5{,}46 \cdot 10^7$
Voyager 1 uzay aracı (2026 yılı sonbaharında)	$2{,}6 \cdot 10^{10}$

Bilgi: Dünya ile Mars arasındaki uzaklık, iki gezegenin yörüngelerindeki konumlarına göre yaklaşık $5{,}46 \cdot 10^7$ km ile $4{,}01 \cdot 10^8$ km arasında değişir. 1977'de fırlatılan Voyager 1, Dünya'dan en uzakta bulunan insan yapımı araçtır.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

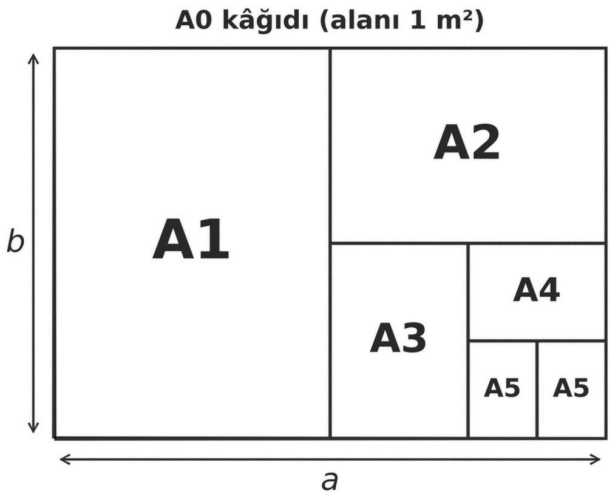
1.1. Tablodaki uzaklıkları küçükten büyüğe doğru sıralayınız. Bir öğrenci bu sıralamayı yalnızca 10'un kuvvetlerinin önündeki sayıları ($1{,}5 < 2{,}6 < 3{,}84 < 5{,}46$) karşılaştırarak yapmıştır. Öğrencinin yaptığı hatayı, üslü gösterimlerin karşılaştırılmasına dayanarak açıklayınız. (5 puan)

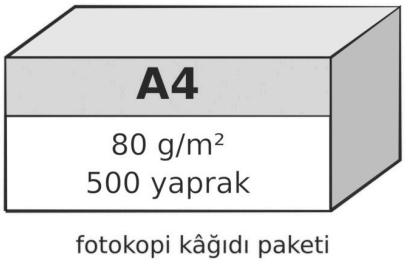
1.2. Bir sinyalin Dünya'dan bir hedefe ulaşma süresinin nasıl hesaplanabileceğine dair bir önerme oluşturunuz. Bu önermeyi kullanarak Dünya'dan gönderilen bir sinyalin Ay'a ulaşma süresini ve Güneş'ten çıkan ışığın Dünya'ya ulaşma süresini saniye cinsinden üslü gösterimlerle işlem yaparak bulunuz. (5 puan)

1.3. Mars yüzeyindeki bir keşif aracına Dünya'dan "Dur." komutu gönderilmiş, araç komutu alır almaz Dünya'ya bir onay sinyali göndermiştir. Mars'ın Dünya'ya en yakın olduğu konumda, komutun gönderilmesinden onay sinyalinin Dünya'ya ulaşmasına kadar en az kaç saniye geçeceğini bulunuz. Bu sonuca göre keşif aracının Dünya'dan, uzaktan kumandalı bir oyuncak araba gibi anlık olarak yönlendirilememesinin nedenini açıklayınız. (5 puan)

1.4. Bir öğrenci "Dünya'dan Voyager 1'e gönderilen bir sinyal, araca yaklaşık 1 günde ulaşır." demiştir. 1 günün $8{,}64 \cdot 10^4$ saniye olduğunu kullanarak öğrencinin ifadesini üslü gösterimlerle işlem yaparak değerlendiriniz. (5 puan)

2. Fotokopi makinelerinde ve yazıcılarda kullanılan A serisi kâğıtların boyutları uluslararası bir standartla belirlenmiştir. Bu serinin en büyük kâğıdı olan A0 kâğıdının alanı 1 m²'dir. A0 kâğıdı, uzun kenarlarının orta noktalarından geçen doğru boyunca kesildiğinde iki tane A1 kâğıdı elde edilir. A1 kâğıdı aynı biçimde kesildiğinde iki tane A2 kâğıdı elde edilir. İşlem bu şekilde sürdürülerek A3, A4, A5, ... kâğıtları elde edilir. Serideki tüm kâğıtlarda uzun kenar uzunluğunun kısa kenar uzunluğuna oranı aynıdır.





Bilgi: Kâğıdın gramajı, 1 m² kâğıdın gram cinsinden kütlesidir. Fotokopi kâğıtlarının gramajı genellikle 80 g/m²'dir.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

2.1. A4 kâğıdının alanını metrekare cinsinden 2'nin kuvveti olarak yazınız. Bir A0 kâğıdından kaç tane A4 kâğıdı elde edilebileceğini üslü gösterimlerle işlem yaparak bulunuz. Gramajı 80 g/m² olan 500 yapraklık bir A4 kâğıt paketinin kütlesini hesaplayınız. (5 puan)

2.2. A0 kâğıdının uzun kenar uzunluğu a metre, kısa kenar uzunluğu b metredir. A1 kâğıdının uzun ve kısa kenar uzunluklarını a ve b cinsinden yazınız. Kenar uzunluklarının oranının A0 ve A1 kâğıtlarında aynı olmasından yararlanarak a/b oranını köklü gösterimle bulunuz. (5 puan)

2.3. a · b = 1 olduğunu ve 2.2'de bulduğunuz oranı kullanarak a ve b değerlerini köklü gösterimle yazınız; b değerinin paydasını rasyonel sayı yapınız. $\sqrt[4]{2} \approx 1{,}189$ ve $\sqrt[4]{8} \approx 1{,}682$ olduğuna göre A0 kâğıdının kenar uzunluklarını milimetre cinsinden bulunuz. (5 puan)

2.4. A4 kâğıdının kenar uzunluklarının A0 kâğıdının kenar uzunluklarının kaçta kaçı olduğunu 2'nin kuvveti olarak yazınız. 2.3'teki sonuçları kullanarak A4 kâğıdının kenar uzunluklarını milimetre cinsinden hesaplayınız. Bulduğunuz değerleri en yakın tam sayıya yuvarlayarak günlük hayatta kullandığınız A4 kâğıdının ölçüleriyle (210 mm × 297 mm) karşılaştırınız. (5 puan)

3. Canlıların duyabildiği seslerin frekans aralıkları türden türe değişir. Frekans, hertz (Hz) birimiyle ölçülür. Aşağıdaki tabloda insanın, köpeğin ve filin duyabildiği seslerin frekans aralıkları yaklaşık olarak verilmiştir. Tablodaki en düşük ve en yüksek frekanslar aralığa dâhildir.

Tablo: Bazı Canlıların Duyabildiği Seslerin Yaklaşık Frekans Aralıkları

Canlı	Duyabildiği en düşük frekans (Hz)	Duyabildiği en yüksek frekans (Hz)
İnsan	20	20 000
Köpek	67	45 000
Fil	16	12 000

Bilgi: Duyma aralıkları yaşa, bireye ve ölçüm yöntemine göre değişebilir. İnsanın duyamayacağı kadar yüksek frekanslı seslere ultrases, duyamayacağı kadar düşük frekanslı seslere infrases denir. Filler birbirleriyle infrases sınırındaki düşük frekanslı seslerle de iletişim kurabilir.

İnsanın, köpeğin ve filin duyabildiği seslerin frekanslarından (Hz) oluşan kümeler sırasıyla A, B ve C olsun. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

3.1. A, B ve C kümelerini aralık gösterimiyle yazınız ve her birini sayı doğrusunda gösteriniz. (5 puan)

3.2. Köpek eğitiminde kullanılan bazı düdükler, köpeklerin duyabildiği ancak insanların duyamadığı frekanslarda ses çıkarır. Bu frekansların kümesini A ve B kümelerini kullanarak küme sembolleriyle ifade ediniz. Bu kümeyi aralık gösterimiyle ve ortak özellik yöntemiyle yazarak sayı doğrusunda gösteriniz. (5 puan)

3.3. Üç canlının da duyabildiği frekansların kümesini ve bu canlılardan en az birinin duyabildiği frekansların kümesini küme sembolleriyle ifade ederek aralık gösterimiyle yazınız. 18 Hz frekanslı bir sesi bu canlılardan hangilerinin duyabileceğini küme sembolleri kullanarak açıklayınız. (5 puan)

4. Bir kuyumcudaki dijital hassas terazi, kütleyi gram cinsinden ve virgülden sonra iki basamakla göstermektedir. Örneğin terazinin ekranında 0,00; 0,01; 0,02; ...; 2,37; 2,38; ... gibi değerler görülebilir. Terazinin tartabileceği en büyük kütle göz ardı edildiğinde ekranda görülebilecek değerlerin kümesi

$T = \{x \mid x = n/100, n \in \mathbb{N}\}$

biçiminde ifade edilmektedir. (Bu metin soru için hazırlanmıştır.)

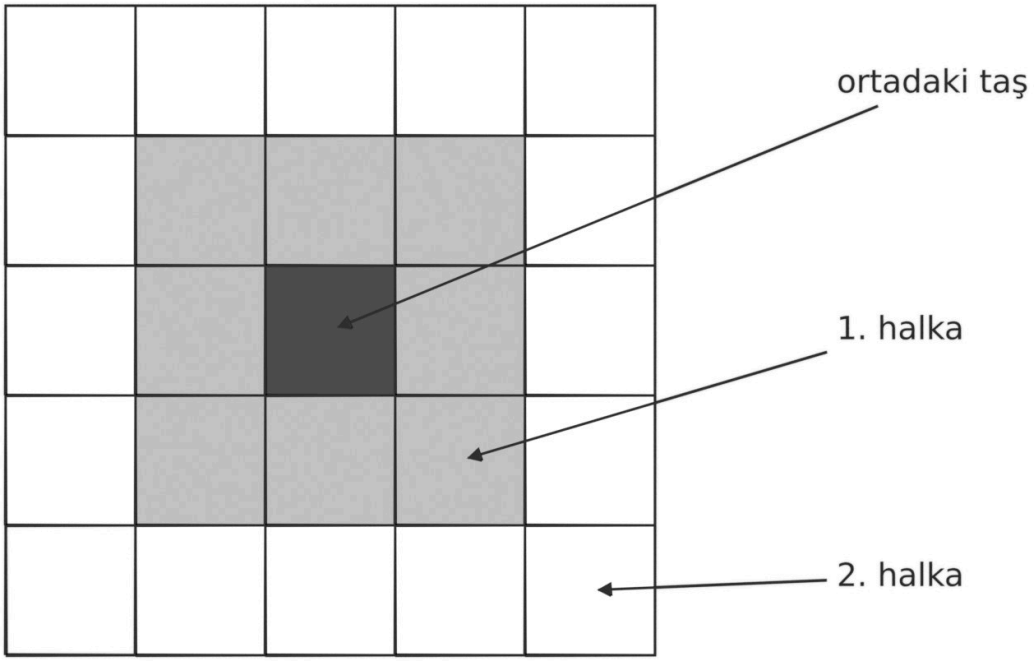
Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

4.1. T kümesi ile doğal sayılar ($\mathbb{N}$), tam sayılar ($\mathbb{Z}$) ve rasyonel sayılar ($\mathbb{Q}$) kümeleri arasındaki alt küme ilişkilerini inceleyiniz. Bulduğunuz ilişkileri sembollerle yazarak her birini gerekçelendiriniz. (5 puan)

4.2. Kuyumcu bir yüzüğü tarttığında ekranda 2,37 değerini görmüştür. Kuyumcunun "Yüzüğün kütlesi 2,37 g ile 2,38 g arasında bir değer olsaydı bile terazi bu değeri gösteremezdi." ifadesini, T kümesinin ve gerçek sayılar kümesinin sıralı olma ve arada olma özellikleri açısından değerlendiriniz. (5 puan)

4.3. T kümesinin toplama ve çarpma işlemlerine göre kapalı olup olmadığını inceleyiniz. Kapalı olduğu işlem için cebirsel gerekçe, kapalı olmadığı işlem için karşıt örnek veriniz. Bulduğunuz sonuca göre ayrı ayrı tartılan iki ürünün ekranda görülen kütlelerinin toplamının da ekranda görülebilecek bir değer olup olmadığını açıklayınız. (5 puan)

5. Bir meydanın zemini eş kare biçimli taşlarla döşenecektir. Döşemeye ortadaki bir taşla başlanmış, ardından bu taşın çevresi aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi iç içe kare halkalar oluşturacak biçimde taşlarla çevrilmiştir. Şekilde ortadaki taş ile ilk iki halka gösterilmiştir. (Bu metin soru için hazırlanmıştır.)



Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

5.1. 1, 2 ve 3. halkalardaki taş sayılarını bulunuz. n pozitif tam sayı olmak üzere n. halkanın dış sınırını oluşturan karenin bir kenarında kaç taş bulunduğunu n cinsinden yazınız. n. halkadaki taş sayısını iki tam karenin farkı biçiminde ifade ediniz. (4 puan)

5.2. "Her halkadaki taş sayısı 8'in katıdır." önermesini niceleyici kullanarak sembolik dille yazınız. Bu önermenin doğru olduğunu özdeşliklerden yararlanarak cebirsel olarak ispatlayınız. (4 puan)

5.3. Bir işçi, ayırdığı 100 taşın tamamını kullanarak bir halkayı eksiksiz döşediğini söylemiştir. İşçinin ifadesini 5.2'deki sonuçtan yararlanarak değerlendiriniz. (2 puan)

6. Meteoroloji istasyonlarından atmosferdeki sıcaklık, nem ve rüzgâr ölçümleri için radyosonde adı verilen ölçüm cihazları balonlarla gökyüzüne gönderilir. Deniz kıyısındaki bir istasyondan bırakılan balonun ölçümlerine göre bir gün deniz seviyesindeki hava sıcaklığı 24 °C olarak ölçülmüş, deniz seviyesinden 10 km yüksekliğe kadar hava sıcaklığı her 1 km'de 6 °C azalmıştır. Bu ölçümlere göre deniz seviyesinden yüksekliği x km olan noktadaki hava sıcaklığı (°C), [0, 10] aralığında tanımlı T doğrusal fonksiyonuyla modellenmiştir. (Bu metin soru için hazırlanmıştır.)

Bilgi: Atmosferin yeryüzüne en yakın katmanında hava sıcaklığı, yükseldikçe her 1 km'de ortalama 6,5 °C azalır; bu değer güne ve yere göre değişir.

f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f(x) = x şeklinde tanımlı f doğrusal referans fonksiyonu olmak üzere aşağıdaki soruları cevaplayınız.

6.1. T fonksiyonunun cebirsel temsilini yazınız. T fonksiyonunun grafiğinin, f fonksiyonunun grafiğine hangi dönüşümler uygulanarak elde edilebileceğini açıklayınız. (5 puan)

6.2. T fonksiyonunun grafiğini dik koordinat sisteminde çiziniz. T fonksiyonunun görüntü kümesini aralık gösterimiyle yazınız. Fonksiyonun maksimum ve minimum değerlerini bularak bu değerlerin bağlamdaki anlamlarını açıklayınız. (5 puan)

6.3. T fonksiyonunun sıfırını bulunuz ve işaret tablosunu oluşturunuz. Hava sıcaklığının 0 °C'tan düşük olduğu yükseklikleri aralık gösterimiyle yazınız. (5 puan)

6.4. Bir öğrenci "Balonun iki farklı yükseklikte ölçtüğü hava sıcaklıkları birbirine eşit olabilir." demiştir. Öğrencinin ifadesini T fonksiyonunun artanlık-azalanlık ve bire birlik özelliklerinden yararlanarak değerlendiriniz. Başka bir gün deniz seviyesindeki hava sıcaklığı 30 °C olarak ölçülmüş, sıcaklığın yükseklikle azalma miktarı ise değişmemiştir. Bu gün için hava sıcaklığının 0 °C olduğu yüksekliği bulunuz ve iki günün sıcaklık fonksiyonlarının grafikleri arasındaki ilişkiyi açıklayınız. (5 puan)

ÖĞRENME ÇIKTILARI VE BECERİLER

SORU NO	ÖĞRENME ÇIKTISI	BECERİLER
1	9.1.1. Gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimleriyle yapılan işlemlere dair muhakeme yapabilme	KB2.7. Karşılaştırma; MAB2. Matematiksel Problem Çözme
2	9.1.1. Gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimleriyle yapılan işlemlere dair muhakeme yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.10. Çıkarım Yapma); MAB2. Matematiksel Problem Çözme
3	9.1.2. Gerçek sayı aralıklarının gösteriminde ve aralıklarla ilgili işlemlerde küme sembol ve işlemlerinden yararlanabilme	KB2.16.3. Analojik Akıl Yürütme; MAB3. Matematiksel Temsil (MAB3.1. Matematiksel Temsillerden Yararlanma)
4	9.1.3. Farklı sayı kümelerinin özellikleri hakkında muhakeme yapabilme	KB2.7. Karşılaştırma; MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.10. Çıkarım Yapma)
5	9.1.4. Gerçek sayıların işlem özelliklerini cebirsel olarak ifade etmede analojik akıl yürütebilme	KB2.16.3. Analojik Akıl Yürütme; MAB1. Matematiksel Muhakeme (MAB1.1. Matematiksel Doğrulama veya İspat Yapma)
6	9.2.1. Gerçek sayılarda $f(x) = x$ şeklinde tanımlı doğrusal referans fonksiyonun nitel özellikleri ile bu fonksiyondan türetilen $g(x) = a \cdot f(x \pm r) \pm k$, $(a, r, k \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme (MAB1.3. Çıkarım Yapma); MAB2. Matematiksel Problem Çözme

PUANLAMA TABLOSU						
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**TOPLAM**
20	*20*	*15*	*15*	*10*	*20*	***100***

Bu sınav, 2026-2027 eğitim öğretim yılı 1. dönem konu-soru dağılım tablosundaki 1. ortak yazılı **Senaryo 2** dağılımına göre, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli 9. sınıf öğretim programı esas alınarak hazırlanmıştır. Hazırlayan: Murat Altun. Bu sorular Claude tarafından hazırlanmıştır. Millî Eğitim Bakanlığının resmî yayını değildir; görseller Blender ile oluşturulmuştur.

ÇÖZÜMLER

1. Doğru cevap:

1.1. **(5 puan)**

- Uzaklıkları $3{,}84 \cdot 10^5 < 5{,}46 \cdot 10^7 < 1{,}5 \cdot 10^8 < 2{,}6 \cdot 10^{10}$ biçiminde, yani Ay, Mars, Güneş, Voyager 1 sırasıyla doğru sıralama (3 puan; yalnızca iki uzaklığın yeri yanlışsa 1 puan)
- Bilimsel gösterimde önce 10'un kuvvetlerinin karşılaştırılması gerektiğini, 10'un kuvveti büyük olan sayının daha büyük olduğunu; 10'un kuvvetlerinin önündeki sayıların ancak üsler eşit olduğunda karşılaştırılabileceğini açıklama (ör. $1{,}5 \cdot 10^8 = 15 \cdot 10^7 > 5{,}46 \cdot 10^7$) **(2 puan)**

1.2. **(5 puan)**

- "Ulaşma süresi = Uzaklık ÷ Sinyalin 1 saniyede aldığı yol" önermesini yazma **(1 puan)**
- Ay için $(3{,}84 \cdot 10^5) \div (3 \cdot 10^5) = 1{,}28 \cdot 10^0 = 1{,}28$ saniye bulma **(2 puan)**
- Güneş için $(1{,}5 \cdot 10^8) \div (3 \cdot 10^5) = 0{,}5 \cdot 10^3 = 5 \cdot 10^2 = 500$ saniye (8 dakika 20 saniye) bulma **(2 puan)**

1.3. **(5 puan)**

- Komutun Mars'a ulaşma süresini $(5{,}46 \cdot 10^7) \div (3 \cdot 10^5) = 1{,}82 \cdot 10^2 = 182$ saniye bulma **(2 puan)**
- Komutun gidişi ve onay sinyalinin dönüşü için en az $2 \cdot 182 = 364$ saniye (6 dakika 4 saniye) geçeceğini bulma **(1 puan)**
- Aracın gönderdiği görüntülerin Dünya'ya, Dünya'dan gönderilen komutların da araca en az 3 dakikada ulaştığını; bu sürede araç hareket etmeye devam edeceği için önüne çıkan bir engel karşısında zamanında durdurulamayacağını, bu nedenle aracın önceden gönderilen komutlarla ve kendi algılayıcılarıyla hareket etmesi gerektiğini açıklama **(2 puan)**

1.4. **(5 puan)**

- Sinyalin 1 günde aldığı yolu $(3 \cdot 10^5) \cdot (8{,}64 \cdot 10^4) = 25{,}92 \cdot 10^9 = 2{,}592 \cdot 10^{10}$ km bulma ya da sinyalin Voyager 1'e ulaşma süresini $(2{,}6 \cdot 10^{10}) \div (3 \cdot 10^5) \approx 0{,}867 \cdot 10^5 = 8{,}67 \cdot 10^4$ saniye bulma **(3 puan)**
- $2{,}592 \cdot 10^{10} \approx 2{,}6 \cdot 10^{10}$ (ya da $8{,}67 \cdot 10^4 \approx 8{,}64 \cdot 10^4$) olduğundan öğrencinin ifadesinin doğru olduğunu belirtme **(2 puan)**

(Öğretmen için not: NASA'nın açıklamasına göre Voyager 1'in Dünya'ya uzaklığı 18 Kasım 2026'da 1 ışık gününe, yani yaklaşık $2{,}59 \cdot 10^{10}$ km'ye ulaşmaktadır.)

Örnek doğru cevap: 1.1. Bilimsel gösterimde verilen sayılar karşılaştırılırken önce 10'un kuvvetlerine bakılır. $10^5 < 10^7 < 10^8 < 10^{10}$ olduğundan sıralama $3{,}84 \cdot 10^5 < 5{,}46 \cdot 10^7 < 1{,}5 \cdot 10^8 < 2{,}6 \cdot 10^{10}$, yani Ay < Mars < Güneş < Voyager 1 olur. Öğrenci 10'un kuvvetlerini dikkate almadığı için hata yapmıştır. Örneğin $1{,}5 \cdot 10^8 = 15 \cdot 10^7$ olduğundan Güneş'in uzaklığı Mars'ın en yakın uzaklığından büyüktür. Önündeki sayılar ancak 10'un kuvvetleri eşitlendiğinde karşılaştırılabilir. 1.2. Ulaşma süresi, uzaklığın sinyalin 1 saniyede aldığı yola bölünmesiyle bulunur. Ay için $(3{,}84 \cdot 10^5) \div (3 \cdot 10^5) = 1{,}28 \cdot 10^{5-5} = 1{,}28$ saniyedir. Güneş için $(1{,}5 \cdot 10^8) \div (3 \cdot 10^5) = 0{,}5 \cdot 10^{8-5} = 0{,}5 \cdot 10^3 = 500$ saniyedir. Güneş'ten çıkan ışık Dünya'ya 8 dakika 20 saniyede ulaşır. 1.3. Komut Mars'a $(5{,}46 \cdot 10^7) \div (3 \cdot 10^5) = 1{,}82 \cdot 10^2 = 182$ saniyede ulaşır. Onay sinyalinin dönüşü de 182 saniye sürer. Toplam en az 364 saniye, yani 6 dakika 4 saniye geçer. Araç bir engele yaklaştığında bu görüntü Dünya'ya 3 dakikadan fazla sürede ulaşır, "Dur." komutu da araca 3 dakikadan fazla sürede ulaşır. Bu sürede araç engele çarpabilir. Bu nedenle araç

uzaktan kumandalı bir oyuncak gibi anlık olarak yönlendirilemez. 1.4. Sinyal 1 günde $(3 \cdot 10^5) \cdot (8{,}64 \cdot 10^4) = 25{,}92 \cdot 10^9 = 2{,}592 \cdot 10^{10}$ km yol alır. Bu değer yaklaşık $2{,}6 \cdot 10^{10}$ km'dir ve Voyager 1'in uzaklığına eşittir. Öğrencinin ifadesi doğrudur.

Yanlış cevap: Sayıları yalnızca 10'un kuvvetlerinin önündeki sayılara göre sıralayan (Güneş, Voyager 1, Ay, Mars); bölme işleminde üsleri çıkarmak yerine toplayan (ör. Ay için $1{,}28 \cdot 10^{10}$ saniye bulan) veya bölen; Güneş için $5 \cdot 10^3$ saniye bulan; Mars için yalnızca tek yön süresini (182 saniye) bulup onay sinyalini hesaba katmayan; çarpma işleminde üsleri çarparak $25{,}92 \cdot 10^{20}$ km bulan; "Uzay araçlarına sinyal anında ulaşır." biçiminde yorum yapan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz. Cevap verilmemesi durumunda 0 puan verilir.

2. Doğru cevap:

2.1. **(5 puan)**

- Her kesme işleminde alanın yarıya indiğini belirterek A4 kâğıdının alanını $1 \cdot 2^{-1} \cdot 2^{-1} \cdot 2^{-1} \cdot 2^{-1} = 2^{-4}$ m² (1/16 m²) bulma **(2 puan)**
- Bir A0 kâğıdından $1 \div 2^{-4} = 2^4 = 16$ tane A4 kâğıdı elde edileceğini bulma **(1 puan)**
- Paketin kütlesini $500 \cdot 2^{-4} \cdot 80 = 500 \cdot 5 = 2500$ g = 2,5 kg bulma **(2 puan)**

2.2. **(5 puan)**

- A1 kâğıdının uzun kenarının b metre, kısa kenarının a/2 metre olduğunu yazma **(2 puan)**
- Oranların eşitliğinden $a/b = b \div (a/2) = 2b/a$ ve $a^2 = 2b^2$ eşitliğini elde etme **(2 puan)**
- a ve b pozitif olduğundan $a/b = \sqrt{2}$ bulma **(1 puan)**

2.3. **(5 puan)**

- $a = \sqrt{2} \cdot b$ eşitliğini $a \cdot b = 1$ eşitliğinde yerine yazarak $\sqrt{2} \cdot b^2 = 1$, $b^2 = 1/\sqrt{2}$ ve $b = 1/\sqrt{(\sqrt{2})} = 1/\sqrt[4]{2}$ m bulma **(2 puan)**
- $a = 1/b = \sqrt[4]{2}$ m bulma **(1 puan)**
- Paydayı rasyonel sayı yaparak $b = (1 \cdot \sqrt[4]{8})/(\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8}) = \sqrt[4]{8}/\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{8}/2$ m yazma **(1 puan)**
- $a \approx 1{,}189$ m = 1189 mm ve $b \approx 1{,}682 \div 2 = 0{,}841$ m = 841 mm bulma **(1 puan)**

2.4. **(5 puan)**

- A1 kâğıdının kenarlarının b ve a/2, A2 kâğıdının a/2 ve b/2, A3 kâğıdının b/2 ve a/4, A4 kâğıdının a/4 ve b/4 olduğunu belirterek A4 kâğıdının kenar uzunluklarının A0 kâğıdınınkilerin $1/4 = 2^{-2}$ katı olduğunu bulma **(2 puan)**
- A4 kâğıdının kenar uzunluklarını $1189 \cdot 2^{-2} = 297{,}25$ mm ve $841 \cdot 2^{-2} = 210{,}25$ mm bulma **(2 puan)**
- Değerleri yuvarlayarak 297 mm ve 210 mm bulma ve bu ölçülerin günlük hayatta kullanılan A4 kâğıdının ölçüleriyle aynı olduğunu belirtme **(1 puan)**

Örnek doğru cevap: 2.1. Her kesmede kâğıdın alanı yarıya iner. A1 kâğıdının alanı 2^{-1} m², A2 kâğıdının alanı 2^{-2} m² olur. Bu şekilde devam edilirse A4 kâğıdının alanı 2^{-4} m² = 1/16 m² bulunur. Bir A0 kâğıdından $1 \div 2^{-4} = 2^4 = 16$ tane A4 kâğıdı elde edilir. Bir A4 kâğıdının kütlesi $80 \cdot 2^{-4} = 80 \div 16 = 5$ g'dır. 500 yapraklık paketin kütlesi $500 \cdot 5 = 2500$ g, yani 2,5 kg'dır. 2.2. A0 kâğıdı uzun kenarının orta noktasından kesildiğinde A1 kâğıdının uzun kenarı b, kısa kenarı a/2 olur. Oranlar eşit olduğundan $a/b = b \div (a/2) = 2b/a$ olur. İçler dışlar çarpımı yapılırsa $a^2 = 2b^2$ ve $a/b = \sqrt{2}$ bulunur. 2.3. $a = \sqrt{2} \cdot b$ olduğundan $a \cdot b = \sqrt{2} \cdot b^2 = 1$ ve $b^2 = 1/\sqrt{2}$ olur. Buradan $b = 1/\sqrt{(\sqrt{2})} = 1/\sqrt[4]{2}$ m ve $a = 1/b = \sqrt[4]{2}$ m bulunur. $b = 1/\sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{8}/(\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8}) = \sqrt[4]{8}/\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{8}/2$ m'dir. $a \approx 1{,}189$ m = 1189 mm, $b \approx 1{,}682 \div 2 = 0{,}841$ m = 841 mm'dir. 2.4. A1 kâğıdının kenarları b ve a/2, A2 kâğıdının kenarları a/2 ve b/2'dir. Her iki kesmede kenarlar yarıya indiğinden A4 kâğıdının kenarları a/4 ve b/4, yani A0 kâğıdının kenarlarının 2^{-2} katıdır. Uzun kenar $1189 \cdot 2^{-2} = 297{,}25$ mm ≈ 297 mm, kısa kenar $841 \cdot 2^{-2} = 210{,}25$ mm ≈ 210 mm'dir. Bulunan ölçüler, kullandığımız A4 kâğıdının 210 mm × 297 mm ölçüleriyle aynıdır.

Yanlış cevap: A4 kâğıdının alanını $4 \cdot 2^{-1} = 2$ m² ya da 2^4 m² bulan; A0 kâğıdından 4 ya da 8 tane A4 kâğıdı elde edileceğini söyleyen; paketin kütlesini $500 \cdot 80 = 40\,000$ g bulan; A1 kâğıdının kenarlarını a/2 ve b/2 alan; a/b oranını 2 bulan; $b = 1/\sqrt[4]{2}$ ifadesinde payı ve paydayı $\sqrt[4]{2}$ ile genişleterek paydayı rasyonel yaptığını düşünen; A4 kâğıdının kenar uzunluklarını A0 kâğıdınınkilerin 2^{-4} katı alarak 74 mm ve 53 mm bulan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz. Cevap verilmemesi durumunda 0 puan verilir.

3. Doğru cevap:

3.1. **(5 puan)**

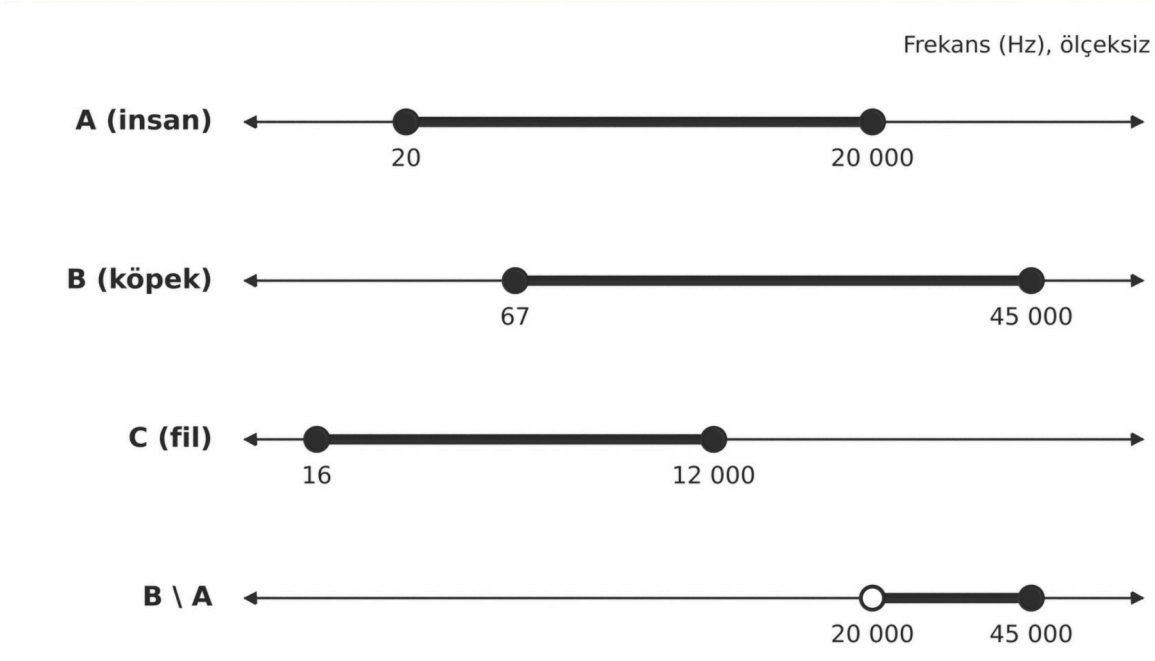
- A = [20, 20 000], B = [67, 45 000] ve C = [16, 12 000] kapalı aralıklarını yazma (3 puan; her aralık 1 puan)
- Her aralığı sayı doğrusunda uç noktaları içi dolu daire ile işaretleyerek gösterme (2 puan; yalnızca bir veya iki aralık doğru gösterildiyse 1 puan)

3.2. **(5 puan)**

- Köpeklerin duyabildiği ancak insanların duyamadığı frekansların kümesini B \ A (ya da B ∩ A′) biçiminde ifade etme **(1 puan)**
- B \ A = (20 000, 45 000] bulma **(2 puan)**
- Ortak özellik yöntemiyle {x | 20 000 < x ≤ 45 000, x ∈ ℝ} biçiminde yazma **(1 puan)**
- Sayı doğrusunda 20 000 noktasını içi boş, 45 000 noktasını içi dolu daire ile işaretleyerek gösterme **(1 puan)**

3.3. **(5 puan)**

- Üç canlının da duyabildiği frekansların kümesini A ∩ B ∩ C = [67, 12 000] bulma (2 puan; yalnızca sembolle ifade edilip aralık yanlış bulunduysa 1 puan)
- En az birinin duyabildiği frekansların kümesini A ∪ B ∪ C = [16, 45 000] bulma (2 puan; yalnızca sembolle ifade edilip aralık yanlış bulunduysa 1 puan)
- 18 ∈ C, 18 ∉ A ve 18 ∉ B olduğundan 18 Hz frekanslı sesi yalnızca filin duyabileceğini açıklama **(1 puan)**



Örnek doğru cevap: 3.1. A = [20, 20 000], B = [67, 45 000], C = [16, 12 000] olur. Uç noktalar aralığa dâhil olduğundan sayı doğrusunda içi dolu daire ile gösterilir (şekil). 3.2. Köpeklerin duyabildiği ancak insanların duyamadığı frekanslar B kümesinde olup A kümesinde olmayan frekanslardır. Bu küme B \ A ile gösterilir. B \ A = (20 000, 45 000] olur. Ortak özellik yöntemiyle B \ A = {x | 20 000 < x ≤ 45 000, x ∈ ℝ} biçiminde yazılır. 20 000 Hz'i insan duyabildiği için 20 000 aralığa dâhil değildir; sayı doğrusunda içi

boş daire ile gösterilir. 3.3. Üç canlının da duyabildiği frekanslar $A \cap B \cap C = [67, 12\,000]$ kümesindedir. Bu canlılardan en az birinin duyabildiği frekanslar $A \cup B \cup C = [16, 45\,000]$ kümesindedir. $18 \in C$ ancak $18 \notin A$ ve $18 \notin B$ olduğundan 18 Hz frekanslı sesi yalnızca fil duyabilir.

Yanlış cevap: Aralıkları açık aralık olarak yazan ya da uç noktaları içi boş daire ile gösteren; köpeklerin duyabildiği ancak insanların duyamadığı frekansları $A \setminus B$ ya da $A \cap B$ biçiminde ifade eden; $B \setminus A$ kümesini [20 000, 45 000] ya da (20 000, 45 000) bulan; kesişim kümesini [16, 45 000], birleşim kümesini [67, 12 000] biçiminde karıştıran; 18 Hz'lik sesi insanın da duyabileceğini söyleyen cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz. Cevap verilmemesi durumunda 0 puan verilir.

4. Doğru cevap:

4.1. **(5 puan)**

- $\mathbb{N} \subset T$ olduğunu, her k doğal sayısı için $k = 100k/100$ ve $100k \in \mathbb{N}$ olduğu gerekçesiyle belirtme (2 puan; gerekçesiz yalnızca ilişki yazıldıysa 1 puan)
- $T \subset \mathbb{Q}$ olduğunu, T'nin her elemanının iki tam sayının oranı (paydası sıfırdan farklı) biçiminde yazılabildiği gerekçesiyle belirtme **(1 puan)**
- $T \not\subset \mathbb{Z}$ olduğunu karşıt örnekle gösterme (ör. $0{,}01 \in T$ ancak $0{,}01 \notin \mathbb{Z}$) **(1 puan)**
- $\mathbb{Z} \not\subset T$ olduğunu karşıt örnekle gösterme (ör. $-1 \in \mathbb{Z}$ ancak $-1 \notin T$) **(1 puan)**

4.2. **(5 puan)**

- T kümesinin sıralı olduğunu, elemanlarının birbiriyle karşılaştırılabildiğini belirtme (ör. $2{,}37 < 2{,}38$) **(1 puan)**
- T kümesinde arada olma özelliğinin olmadığını gösterme: $2{,}37 = 237/100$ ve $2{,}38 = 238/100$ olup 237 ile 238 arasında doğal sayı bulunmadığından 2,37 ile 2,38 arasında T kümesinin hiçbir elemanı yoktur **(2 puan)**
- Gerçek sayılar kümesinde arada olma özelliği olduğundan yüzüğün kütlesinin 2,37 ile 2,38 arasında bir gerçek sayı (ör. 2,375 g) olabileceğini, terazinin bu değeri gösteremeyip yalnızca T kümesindeki bir değeri (2,37 ya da 2,38) gösterebileceğini belirterek kuyumcunun ifadesinin doğru olduğunu açıklama **(2 puan)**

4.3. **(5 puan)**

- T kümesinin toplama işlemine göre kapalı olduğunu cebirsel olarak gösterme: $n, m \in \mathbb{N}$ için $n/100 + m/100 = (n + m)/100$ ve $n + m \in \mathbb{N}$ olduğundan sonuç T kümesinin elemanıdır **(2 puan)**
- T kümesinin çarpma işlemine göre kapalı olmadığını karşıt örnekle gösterme: $0{,}01 \cdot 0{,}01 = 0{,}0001 = 1/10\,000$ ve bu sayı $n/100$ biçiminde n doğal sayısıyla yazılamadığından $0{,}0001 \notin T$ **(2 puan)**
- T toplama işlemine göre kapalı olduğundan iki kütlenin toplamının da virgülden sonra en çok iki basamaklı, ekranda görülebilecek bir değer olduğunu açıklama **(1 puan)**

Örnek doğru cevap: 4.1. Her k doğal sayısı $k = 100k/100$ biçiminde yazılabilir ve $100k$ bir doğal sayıdır. Bu nedenle $\mathbb{N} \subset T$ olur. T'nin her elemanı $n/100$ biçiminde, iki tam sayının oranı olduğundan $T \subset \mathbb{Q}$ olur. $0{,}01 \in T$ ancak $0{,}01 \notin \mathbb{Z}$ olduğundan $T \not\subset \mathbb{Z}$ olur. $-1 \in \mathbb{Z}$ ancak $-1 \notin T$ olduğundan $\mathbb{Z} \not\subset T$ olur. 4.2. T kümesinin elemanları birbiriyle karşılaştırılabildiği için T sıralı bir kümedir; örneğin $2{,}37 < 2{,}38$ olur. $2{,}37 = 237/100$ ve $2{,}38 = 238/100$ biçiminde yazılır. 237 ile 238 arasında doğal sayı olmadığından 2,37 ile 2,38 arasında T'nin hiçbir elemanı yoktur. Bu nedenle T kümesinde arada olma özelliği yoktur. Gerçek sayılar kümesinde ise arada olma özelliği vardır. Yüzüğün kütlesi örneğin 2,375 g olabilir. Terazi bu değeri gösteremez, ekranda T kümesinin bir elemanı olan 2,37 ya da 2,38 görülür. Kuyumcunun ifadesi doğrudur. 4.3. $n, m \in \mathbb{N}$ olmak üzere $n/100 + m/100 = (n + m)/100$ olur. $n + m \in \mathbb{N}$ olduğundan toplam

T'nin elemanıdır; T toplama işlemine göre kapalıdır. 0,01 ∈ T olduğu hâlde 0,01 · 0,01 = 0,0001 sayısı virgülden sonra dört basamaklıdır ve T'nin elemanı değildir. T çarpma işlemine göre kapalı değildir. T toplama işlemine göre kapalı olduğundan ayrı ayrı tartılan iki ürünün ekranda görülen kütlelerinin toplamı da ekranda görülebilecek bir değerdir.

Yanlış cevap: T ⊂ ℤ ya da T ⊂ ℕ yazan; ℕ ile T arasında ilişki olmadığını söyleyen; "T kümesinin elemanları ondalık sayı olduğu için arada olma özelliği vardır." diyen; arada olma özelliğini yalnızca gerçek sayılar için inceleyip T kümesi için incelemeyen; çarpma işleminin kapalı olmadığını göstermek için T kümesinde olmayan sayılarla örnek veren; toplama işleminin kapalılığını yalnızca tek bir örnekle (ör. 0,01 + 0,02 = 0,03) gösterip genelleme yapan cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz. Cevap verilmemesi durumunda 0 puan verilir.

5. Doğru cevap:

5.1. **(4 puan)**

- 1, 2 ve 3. halkalardaki taş sayılarını $3^2 - 1^2 = 8$, $5^2 - 3^2 = 16$ ve $7^2 - 5^2 = 24$ olarak bulma **(1 puan)**
- n. halkanın dış sınırını oluşturan karenin bir kenarında $2n + 1$ taş bulunduğunu yazma **(1 puan)**
- n. halkadaki taş sayısını, kenarında $2n + 1$ taş bulunan karedeki taş sayısından kenarında $2n - 1$ taş bulunan içteki karedeki taş sayısını çıkararak $(2n + 1)^2 - (2n - 1)^2$ biçiminde ifade etme **(2 puan)**

5.2. **(4 puan)**

- Önermeyi $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ için $(2n + 1)^2 - (2n - 1)^2 = 8n$ biçiminde (ya da "8'in katıdır" ifadesini $8k$, $k \in \mathbb{Z}^+$ ile göstererek) sembolik dille yazma **(1 puan)**
- İki terimin karelerinin farkı özdeşliğiyle $(2n + 1)^2 - (2n - 1)^2 = [(2n + 1) - (2n - 1)] \cdot [(2n + 1) + (2n - 1)] = 2 \cdot 4n = 8n$ bulma ya da toplamın ve farkın karesi özdeşlikleriyle $(4n^2 + 4n + 1) - (4n^2 - 4n + 1) = 8n$ bulma **(2 puan)**
- n pozitif tam sayı olduğundan 8n sayısının 8'in katı olduğunu belirterek ispatı tamamlama **(1 puan)**

5.3. **(2 puan)**

- $8n = 100$ eşitliğinden $n = 12{,}5$ bulunduğunu, n pozitif tam sayı olmadığından 100 taşla bir halkanın eksiksiz döşenemeyeceğini (100 sayısının 8'in katı olmadığını) belirterek işçinin ifadesinin yanlış olduğunu açıklama (2 puan; 100 sayısının 8'in katı olmadığını belirtip işçinin ifadesi hakkında yargıya varmayan cevap 1 puan). (12. halkada 96, 13. halkada 104 taş bulunduğunu belirterek açıklayan öğrenci de tam puan alır.)

Örnek doğru cevap: 5.1. 1. halkada $3 \cdot 3 - 1 = 8$ taş, 2. halkada $5 \cdot 5 - 3 \cdot 3 = 16$ taş, 3. halkada $7 \cdot 7 - 5 \cdot 5 = 24$ taş vardır. n. halkanın dış sınırını oluşturan karenin bir kenarında $2n + 1$ taş, bu halkanın içinde kalan karenin bir kenarında $2n - 1$ taş bulunur. n. halkadaki taş sayısı $(2n + 1)^2 - (2n - 1)^2$ olur. 5.2. Önerme: $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ için $(2n + 1)^2 - (2n - 1)^2 = 8n$'dir. Hipotez: n pozitif tam sayıdır. Hüküm: n. halkadaki taş sayısı 8'in katıdır. İspat: $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ özdeşliğinde $a = 2n + 1$ ve $b = 2n - 1$ alınırsa $(2n + 1)^2 - (2n - 1)^2 = [(2n + 1) - (2n - 1)] \cdot [(2n + 1) + (2n - 1)] = 2 \cdot 4n = 8n$ olur. n pozitif tam sayı olduğundan 8n sayısı 8'in katıdır. Önerme doğrudur. 5.3. Bir halkadaki taş sayısı 8n olduğundan $8n = 100$ ise $n = 12{,}5$ olur. n tam sayı olmadığından 100 taşla bir halka eksiksiz döşenemez. 12. halkada 96 taş, 13. halkada 104 taş vardır. İşçinin ifadesi yanlıştır.

Yanlış cevap: Halkalardaki taş sayılarını 8, 12, 16 ya da 9, 25, 49 olarak bulan; n. halkanın dış kenarındaki taş sayısını $2n$ ya da $n + 2$ olarak yazan; n. halkadaki taş sayısını $(2n + 1)^2$ olarak yazan; önermeyi yalnızca ilk birkaç halka için doğrulayıp genel ispat yapmayan; $(2n + 1)^2$ ifadesinin açılımını $4n^2 + 1$ biçiminde yapan; 100 taşın 12 ya da 13. halkaya yettiğini söyleyen cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz. Cevap verilmemesi durumunda 0 puan verilir.

6. Doğru cevap:

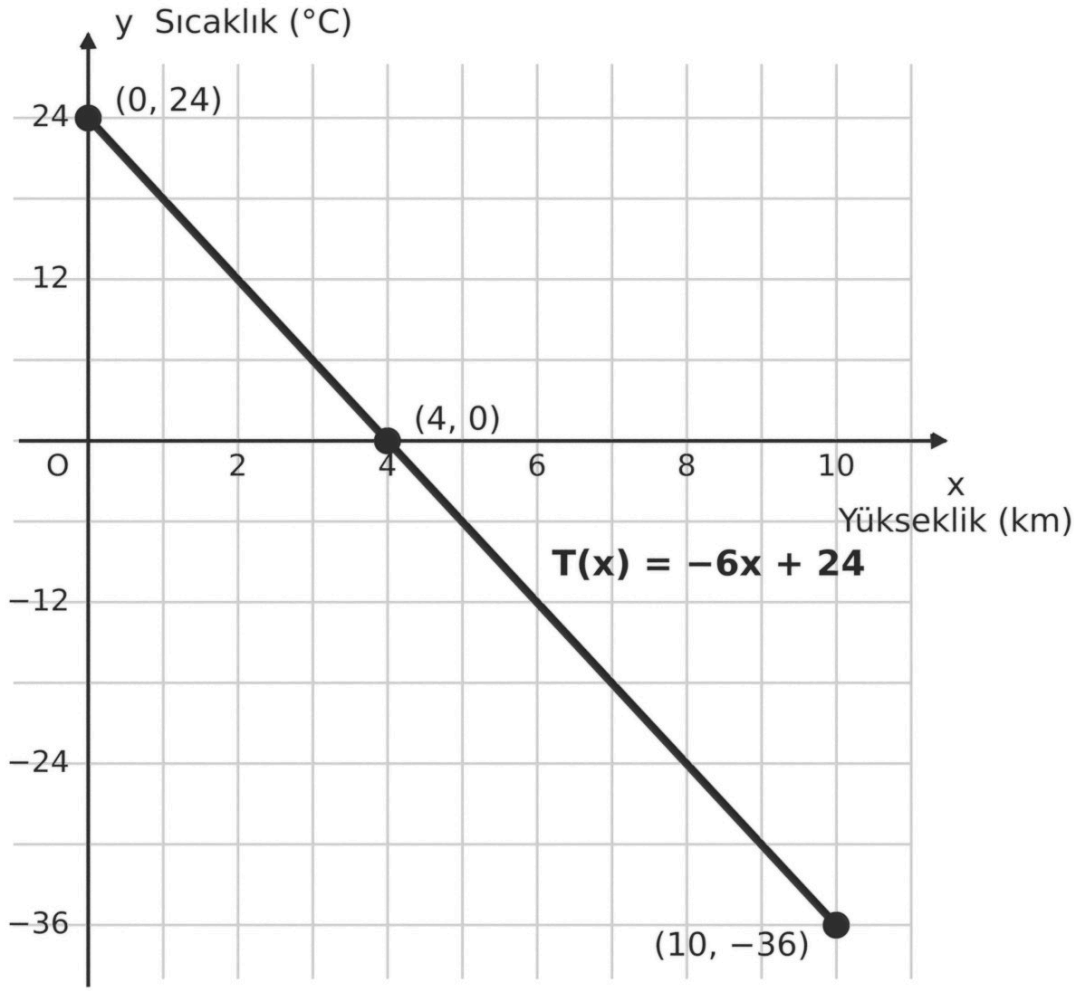
6.1. **(5 puan)**

- $T: [0, 10] \to \mathbb{R}$, $T(x) = -6x + 24$ cebirsel temsilini yazma **(2 puan)**
- f fonksiyonunun tanım aralığındaki her elemanın -6 katı ile eşlenmesiyle $m(x) = -6x$ fonksiyonunun grafiğinin elde edildiğini (doğrunun eğimi 1'den -6'ya değişir, doğru azalan olur ve y eksenine daha yakın olur) açıklama **(2 puan)**
- m fonksiyonunun grafiğinin y ekseni boyunca pozitif yönde 24 birim ötelendiğini ve grafiğin [0, 10] aralığıyla sınırlandığını belirtme **(1 puan)**

(T(x) = −6 · f(x − 4) yazarak f fonksiyonunun grafiğinin x ekseni boyunca pozitif yönde 4 birim ötelendiğini ve ardından her elemanın −6 katı ile eşlendiğini açıklayan öğrenci de tam puan alır.)

6.2. **(5 puan)**

- Grafiği (0, 24) ve (10, −36) noktaları arasındaki doğru parçası olarak çizme; (4, 0) noktasını gösterme **(2 puan)**
- Görüntü kümesini [−36, 24] bulma **(1 puan)**
- Maksimum değeri 24 (x = 0), minimum değeri −36 (x = 10) bulma **(1 puan)**
- Hava sıcaklığının en yüksek olduğu yerin deniz seviyesi (24 °C), en düşük olduğu yerin 10 km yükseklik (−36 °C) olduğunu açıklama **(1 puan)**



6.3. **(5 puan)**

- −6x + 24 = 0 denkleminden T fonksiyonunun sıfırını x = 4 bulma **(2 puan)**
- İşaret tablosunu x ∈ [0, 4) için T(x) > 0, x = 4 için T(x) = 0, x ∈ (4, 10] için T(x) < 0 biçiminde oluşturma **(2 puan)**
- Hava sıcaklığının 0 °C'tan düşük olduğu yükseklikleri (4, 10] bulma **(1 puan)**

6.4. **(5 puan)**

- $a = -6 < 0$ olduğundan T fonksiyonunun azalan olduğunu ($x_1 < x_2$ ise $T(x_1) > T(x_2)$), azalan doğrusal fonksiyon bire bir olduğu için farklı yüksekliklerde ölçülen sıcaklıkların farklı olduğunu belirterek öğrencinin ifadesinin yanlış olduğunu açıklama **(2 puan)**
- Yeni gün için fonksiyonu $S(x) = -6x + 30$ yazıp $-6x + 30 = 0$ denkleminden $x = 5$ km bulma **(2 puan)**
- $S(x) = T(x) + 6$ olduğunu, S fonksiyonunun grafiğinin T fonksiyonunun grafiğinin y ekseni boyunca pozitif yönde 6 birim ötelenmesiyle elde edildiğini (doğruların eğimleri eşit, −6) ve 0 °C yüksekliğinin 1 km yukarı kaydığını açıklama **(1 puan)**

Örnek doğru cevap: 6.1. Sıcaklık deniz seviyesinde 24 °C'tur ve her 1 km'de 6 °C azalır. Bu nedenle T: $[0, 10] \to \mathbb{R}$, $T(x) = -6x + 24$ olur. f fonksiyonunun tanım aralığındaki her eleman −6 katı ile eşlenirse $m(x) = -6x$ fonksiyonu elde edilir; eğim 1'den −6'ya değişir ve doğru azalan olur. m fonksiyonunun grafiği y ekseni boyunca pozitif yönde 24 birim ötelenip [0, 10] aralığıyla sınırlandırılırsa T fonksiyonunun grafiği elde edilir. 6.2. Grafik, (0, 24) noktasından (10, −36) noktasına uzanan ve x eksenini (4, 0) noktasında kesen doğru parçasıdır. Görüntü kümesi [−36, 24] aralığıdır. Maksimum değer 24'tür; deniz seviyesinde hava sıcaklığı en yüksektir. Minimum değer −36'dır; 10 km yükseklikte hava sıcaklığı en düşüktür. 6.3. $-6x + 24 = 0$ ise $x = 4$ olur; T fonksiyonunun sıfırı 4'tür. $x \in [0, 4)$ için $T(x)$ pozitif, $x \in (4, 10]$ için $T(x)$ negatiftir. Hava sıcaklığı (4, 10] aralığındaki yüksekliklerde 0 °C'tan düşüktür. 6.4. $T(x) = -6x + 24$ fonksiyonunda x'in katsayısı negatif olduğundan T azalandır. Yükseklik arttıkça sıcaklık sürekli azalır; farklı iki yükseklikte sıcaklıklar farklıdır, T bire birdir. Öğrencinin ifadesi yanlıştır. Diğer gün için $S(x) = -6x + 30$ olur. $-6x + 30 = 0$ ise $x = 5$ km bulunur. $S(x) = T(x) + 6$ olduğundan S fonksiyonunun grafiği T fonksiyonunun grafiğinin y ekseni boyunca pozitif yönde 6 birim ötelenmiş hâlidir. Eğimler eşit olduğundan doğrular paraleldir ve 0 °C yüksekliği 4 km'den 5 km'ye çıkmıştır.

Yanlış cevap: Fonksiyonu $T(x) = 6x + 24$, $T(x) = -6x - 24$ ya da $T(x) = 24x - 6$ biçiminde yazan; dönüşümleri "grafik 24 birim sağa ötelenir" biçiminde açıklayan; grafiği tanım aralığı dışına uzatarak doğru olarak çizen; görüntü kümesini [0, 24] ya da $\mathbb{R}$ olarak yazan; maksimum ve minimum değerleri yer değiştirerek yazan; sıfırı $x = -4$ ya da $x = 24$ bulan; işaret tablosunda işaretleri ters yazan; 0 °C'tan düşük sıcaklıkların bulunduğu yükseklikleri [0, 4) olarak yazan; yeni günde sıfırın değişmediğini ya da grafiğin x ekseni boyunca 6 birim ötelendiğini söyleyen cevaplar ilgili ölçütlerden puan alamaz. Cevap verilmemesi durumunda 0 puan verilir.